高中数学教师资格证

考前 30 分

考点一：逻辑关系

逻辑关系主要就是考四大命题、四种条件关系，主要以选择题的形式出现，难度不大。如 12 年下半年考了命题的否定，14 年下半年考了充要条件。

两类条件：

1、若 $p \Rightarrow q$，则 p 是 q 的充分条件，q 是 p 的必要条件.

2、若 $p \Leftrightarrow q$，则 p 是 q 的充要条件（充分必要条件），q 是 p 的充要条件.

考点二：函数及其性质

函数部分主要是函数的图像与性质，以选择题形式出现，如 13 年上半年考了函数图像与 x 轴交点个数，13 年下半年考了从函数图像中判断大小。

1.函数的单调性

对于复合函数 $y=f\left[g\left(x\right)\right]$，令 $u=g\left(x\right)$，$f\left(x\right)$ 与 $g\left(x\right)$ 同增函数或减函数时，复合函数为增函数，若一个为增函数，一个为减函数时，复合函数为减函数。

口诀：同增异减

2.函数奇偶性

若函数 $f(x)$ 为奇函数，且在 $x=0$ 处有定义，则 $f(0)=0$。

3.周期性

周期性：设 $f\left(x\right)$ 在 X 上有定义，如果存在常数 $T\neq 0$，使得任意 $x\in X$，$x+T\in X$，都有 $f\left(x+T\right)=f\left(x\right)$，则称 $f\left(x\right)$ 是周期函数，称 T 为 $f\left(x\right)$ 的周期。

由此可见，周期函数有无穷多个周期，如果在所有正周期中有一个最小的，则称它是函 $f\left(x\right)$ 的**最小正周期**。

4.有界性

有界性：设函数 $y=f\left(x\right)$ 在 X 内有定义，若存在正数 M，使 $x\in X$ 都有 $\left|f\left(x\right)\right|\leq M$，则称 $f\left(x\right)$ 在 X 上是有界的。

5.特殊函数

分数指数幂的概念

（1）正数的正分数指数幂的意义是：$a^{\frac{m}{n}}=\sqrt[n]{a^m}(a>0,m,n\in N_+,$ 且 $n>1)$．0 的正分数指数幂等于 0。

（2）正数的负分数指数幂的意义是：$a^{-\frac{m}{n}}=(\frac{1}{a})^{\frac{m}{n}}=\sqrt[n]{(\frac{1}{a})^m}(a>0,m,n\in N_+,$ 且 $n>1)$。0 的负分数指数幂没有意义。

注意口诀：底数取倒数，指数取相反数。

分数指数幂的运算性质：

（1）$a^r\cdot a^s=a^{r+s}(a>0,r,s\in R)$

（2）$(a^r)^s=a^{rs}(a>0,r,s\in R)$

（3）$(ab)^r=a^rb^r(a>0,b>0,r\in R)$

对数的定义：

（1）若 $a^x=N(a>0,$ 且 $a\neq1)$，则 x 叫做以 a 为底 N 的对数，记作 $x=\log_a N$，其中 a 叫做底数，N 叫做真数。

（2）负数和零没有对数。

（3）对数式与指数式的互化：$x=\log_a N\Leftrightarrow a^x=N(a>0,a\neq1,N>0)$。

<u>几个重要的对数恒等式</u>

$\log_a 1=0,\log_a a=1,\log_a a^b=b$

对数的运算性质：

如果 $a>0,a\neq1,M>0,N>0$，那么

①加法：$\log_a M+\log_a N=\log_a(MN)$

②减法：$\log_a M-\log_a N=\log_a\frac{M}{N}$

③数乘：$n\log_a M=\log_a M^n(n\in R)$

④ $a^{\log_a N}=N$

⑤ $\log_{a^b} M^n = \frac{n}{b}\log_a M \left(b \neq 0, n \in R\right)$

⑥换底公式：$\log_a N = \frac{\log_b N}{\log_b a}\left(b > 0, b \neq 1\right)$

若 $a^x = N\left(a > 0, a \neq 1\right)$，则 x 叫做以 a 为底 N 的对数，记作 $x = \log_a N$，其中 a 叫做底数，N 叫做真数。

负数和零没有对数。

对数式与指数式的互化：$x = \log_a N \Leftrightarrow a^x = N(a > 0, a \neq 1, N > 0)$。

例题 1. 若函数 $y = f\left(x\right)$ 在 R 上单调递增，且 $f\left(m^2\right) > f\left(-m\right)$，则实数 m 的取值范围是（　　）

A. $\left(-\infty, -1\right)$　　B. $\left(0, +\infty\right)$　　C. $\left(-1, 0\right)$　　D. $\left(-\infty, -1\right) \cup \left(0, +\infty\right)$

参考答案：D

考点三：三角函数

三角函数在选择题中单独出现的概率较小，经常会结合函数极限、求导、积分等进行考察，这样的题可以利用三角函数以及函数极限、求导和积分的基本公式和概念进行求解，因此对于三角函数的一般公式及其变换公式要记牢。

1、三角函数的基本公式：

$$\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \tan\alpha, \quad \frac{\cos\alpha}{\tan\alpha} = \cot\alpha$$

$$\tan\alpha \cdot \cot\alpha = 1, \quad \csc\alpha \cdot \sin\alpha = 1, \quad \sec\alpha \cdot \cos\alpha = 1$$

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1, \quad \sec^2\alpha - \tan^2\alpha = 1, \quad \csc^2\alpha - \cot^2\alpha = 1$$

2、解三角形

1）正弦定理：在 ΔABC 中，a、b、c 分别为角 A、B、C 的对边，则有 $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$（$R$ 为 ΔABC 的外接圆的半径）

2）余弦定理：在 ΔABC 中，有 $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$，推论：$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$

3）三角形面积公式：$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}bc\sin A = \frac{1}{2}ab\sin C = \frac{1}{2}ac\sin B$。

例题 1：已知 $\sin\alpha=\frac{4}{5}$，并且 α 是第一象限角，则 $\tan\alpha$ 的值是（　　）

A. $-\frac{4}{3}$　　B. $-\frac{3}{4}$　　C. $\frac{3}{4}$　　D. $\frac{4}{3}$

【参考答案】D

考点四：数列

数列这一模块常考特殊的数列，而不是简单的等差等比数列。所以特殊数列的通项公式以及前 n 项和的求和方法是复习的重点。如 13 年下半年考了 1 道数列的选择题，已知一元二次形式的数列通项公式，求该数列的最小项。还有 15 年下半年也考了 1 道选择题，判定两个特殊数列的不等关系。

（一）求数列 $\{a_n\}$ 的通项

1. 公式法：当已知 $S_n=f(\mathrm{n})$ 时，直接运用公式 $a_n=\begin{cases}S_1 & n=1\\ S_n-S_{n-1} & n\geq 2\end{cases}$ 求解。

2. 累加法：当已知 $a_{n+1}=a_n+f(\mathrm{n})$ 时，运用累加法。

3. 累乘法：当已知 $\frac{a_{n+1}}{a_n}=f(\mathrm{n})$ 时，运用累乘法。

4. 待定系数构造法：当已知 $a_{n+1}=pa_n+f(\mathrm{n})$（$p$ 为常数）时，运用构造法。构造成等差数列或者等比数列来求解。

5. 倒数法：当已知 $a_{n+1}=\frac{\mathrm{A}a_n}{\mathrm{B}a_n+\mathrm{C}}$ 时运用倒数法。

（二）求数列前 n 项的和

1. 公式法：主要用于等差或者等比数列，直接套用公式。

2. 错位相消法：用于求 $\{a_nb_n\}$ 型的数列，其中 $\{a_n\}$ 为等差数列，$\{b_n\}$ 是公比为 q 的等比数列，只需用 S_n-qS_n 便可转化为等比数列的求和，但要注意讨论 $q=1$ 和 $q\neq 1$ 两种情况。

3. 分组化归法：主要用于无法整体求和的数列，可将其通项写成等比、等差等我们熟悉的数列分别进行求和，再综合求出所有项的和。

4. 裂相消项法：此方法主要针对 $\frac{1}{a_1a_2}+\frac{1}{a_2a_3}+\ldots+\frac{1}{a_{n-1}a_n}$ 这样的求和，其中 $\{a_n\}$ 是等

差数列。

例题 1. 数列$\{a_n\}$的前 n 项和为S_n，若$a_n=\frac{1}{n(n+1)}$，则S_5等于（　　）

A.1　　B.$\frac{5}{6}$　　C.$\frac{1}{6}$　　D.$\frac{1}{30}$

【参考答案】B

考点五：不等式

不等式在选择题、解答题中都会有出现，其中选择题常考指数、对数等一般的数的大小比较，这样的题目通常运用函数的图像及性质知识或代入特殊值很快解决；解答题中主要是运用不等式的性质进行不等式的证明，这样的题有一定难度，如 13 年下半年的选择题第 2 题考了关于对数、指数不等式大小的比较；13 年上半年考了一道定义数列不等式的证明。

当$a>1,0<x<y<1$，下列正确的是（　　）

A. $a^x>a^y$　　B. $x^a>y^a$　　C. $\lg_x a>\lg_y a$　　D. $\log_a x>\log_a y$

参考答案：A

考点六：圆锥曲线、曲面方程

空间曲面、曲线方程考察的频率非常高，常考切平面、切线方程、以及曲面、曲线方程，在选择题、解答题都会出现。如 12 年下半年考了曲面的切平面方程；14 年下半年考了根据参数方程写曲线的一般方程；13 年上半年和 15 年下半年均考了旋转曲面的方程；16 年上半年考了根据方程确定的二次曲面类型。

椭圆：平面内与两个定点F_1，F_2的距离之**和**等于常数$2a$（$2a>|F_1F_2|=2c$）的点的轨迹称为椭圆。

标准方程：焦点在 x 轴上，$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$，参数方程：$\begin{cases}x=a\cos\varphi,\\ y=b\sin\varphi,\end{cases}$（$\varphi$ 为参数）

双曲线:平面内与两个定点F_1，F_2的距离之**差的绝对值**等于常数$2a$（$0<2a<|F_1F_2|=2c$）的点的轨迹称为双曲线。

标准方程：焦点在 x 轴上，$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$

抛物线：平面内与一个定点 F 和一条定直线 l 的距离相等的点的轨迹称为抛物线。

标准方程：焦点在 x 轴正半轴， $y^2=2px\left(p>0\right)$

二次曲面类型：

（1）椭圆锥面 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=z^2$

（2）椭球面 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}+\dfrac{z^2}{c^2}=1$

（3）旋转单叶双曲面 $\dfrac{x^2+y^2}{a^2}-\dfrac{z^2}{c^2}=1$

（4）旋转双叶双曲面 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2+z^2}{c^2}=1$

（5）椭圆抛物面 $\dfrac{x^2+y^2}{a^2}=z$

（6）双面抛物面 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=z$ 又称马鞍面

（7） $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1, \dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1, x^2=ay$ 依次称为椭圆柱面、双曲柱面、抛物柱面.

例题 1：方程 $x^2-y^2-z^2=1$ 表示的二次曲面是（　　）

A.椭球面　　B.旋转双曲面　　C.旋转抛物面　　D.圆柱面

答案：B

例题 2：将椭圆 $\Gamma:\begin{cases} y^2+\dfrac{z^2}{4}=1 \\ x=0 \end{cases}$ 绕 z 轴旋转一周，所得旋转曲面的方程为（　　）

A. $x^2+y^2+\dfrac{z^2}{4}=1$　　B. $x^2-y^2+\dfrac{z^2}{4}=1$

C. $\dfrac{x^2}{4}+y^2+\dfrac{z^2}{4}=1$　　D. $x^2+\dfrac{y^2}{4}+\dfrac{z^2}{4}=1$

答案：A

考点七：复数及其应用

复数主要考查复数的表示及运算，如 13 年下半年考了一道大题。

复数形如 $a+bi$ 的数（其中 $a,b\in R$，i 为纯虚数，$i^2=-1$），复数 $a+bi$ 的实部与虚部：a 叫做复数的实部，b 叫做虚部（注意 a,b 都是实数）。

$z_1=a+bi,z_2=c+di\left(a,b,c,d\in R\right)$

加法：$z_1+z_2=\left(a+c\right)+\left(b+d\right)i$

减法：$z_1-z_2=\left(a-c\right)+\left(b-d\right)i$

乘法：$z_1z_2=\left(a+bi\right)\left(c+di\right)=(ac-bd)+(ad+bc)i$

除法：$\dfrac{z_1}{z_2}=\dfrac{a+bi}{c+di}=\dfrac{\left(a+bi\right)\left(c-di\right)}{\left(c+di\right)\left(c-di\right)}=\dfrac{ac+bd}{c^2+d^2}+\dfrac{bc-ad}{c^2+d^2}i$

5.若复数 $\left(1+ai\right)\left(1-2i\right)$ 是实数（i 是虚数单位，a 为实数）则 a 的值是（　　）

A、2　　B、-2　　C、$\dfrac{1}{2}$　　D、$-\dfrac{1}{2}$

参考答案：A

考点八：函数与极限

函数与极限常考数列和函数的极限计算，如 13 年上半年选择题第 1 题就是考数列和函数的极限，16 年上半年考的是求函数的极限。

1、常用求极限的方法

1）两个重要极限公式

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1$$

$$\lim_{x\to\infty}(1+\frac{1}{x})^x=e；或\ \lim_{x\to 0}(1+x)^{\frac{1}{x}}=e$$

方法：遇到 1^∞ 形式的极限，通常都需要将其化为 $(1+\alpha)^{\frac{1}{\alpha}}$ 的形式；或者利用对数恒等式，再利用洛必达法则；也可以先取对数，再利用洛必达法则〔真数部分大于 0〕。

2）代入法

3）约公因式法

4）最高次幂法

当函数是分式形式，且分子、分母都是多项式时，可以通过这种方法。主要是比较分子与分母次数的高低：

$$\lim_{x\to\infty}\frac{a_0x^m+a_1x^{m-1}+\cdots+a_m}{b_0x^n+b_1x^{n-1}+\cdots+b_n}=\begin{cases}\dfrac{a_0}{b_0} & m=n\\ 0 & m<n\\ \infty & m>n\end{cases}$$

例题 1：极限 $\lim\limits_{x\to\infty}(\frac{x-1}{x+1})^x=(\quad)$

A.1　　B.∞　　C.e^{-2}　　D.e^2

【参考答案】C

考点九：导数与微分

求导公式的应用等。如 13 年下半年简答题考了指数函数的求导。

导函数的应用常考导函数的几何意义、函数的极值的计算、函数的切线方程、高次函数零点等。如 13 年下半年考了 1 道 的几何意义题、12 年下半年第 1 道选择题，让求三次函数图像与 x 轴交点的个数。

罗尔中值定理、拉格朗日中值定理的证明考察的频率还是相对比较高的，如 12 年、13 年和 15 年下半年均考到了拉格朗日中值定理的证明，并简述其与中学教学内容的关系。

如果函数 $y=f(x)$ 在点 x_0 处导数 $f'(x_0)$ 存在，则在几何上 $f'(x_0)$ 表示曲线 $y=f(x)$ 在点 $(x_0,f(x_0))$ 处的切线的斜率。

切线方程： $y-f(x_0)=f'(x_0)(x-x_0)$

单调性：设函数 $f(x)$ 在 (a,b) 内可导，如果恒有 $f'(x)>0(<0)$，则 $f(x)$ 在 (a,b) 内单调增加（单调减少）；如果恒有 $f'(x)\geq 0(\leq 0)$，则 $f(x)$ 在 (a,b) 内单调不减（单调不增）

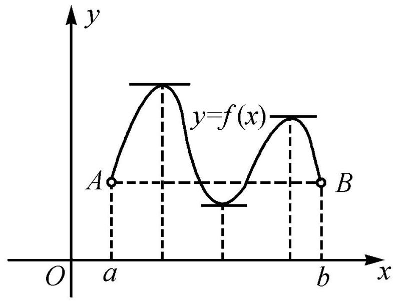
极值点：设函数 $f(x)$ 在 (a,b) 内有定义，x_0 是 (a,b) 内的某一点，则如果点 x_0 存在一个邻域，使得对此邻域内的任一点 $x(x\neq x_0)$，总有 $f(x)<f(x_0)$，则称 $f(x_0)$ 为函数 $f(x)$ 的一个极大值，称 x_0 为函数 $f(x)$ 的一个**极大值点**；

如果点 x_0 存在一个邻域，使得对此邻域内的任一点 $x(x\neq x_0)$，总有 $f(x)>f(x_0)$，则称 $f(x_0)$ 为函数 $f(x)$ 的一个极小值，称 x_0 为函数 $f(x)$ 的一个**极小值点**。

高次函数的零点个数综合应用了函数的单调性和极值。

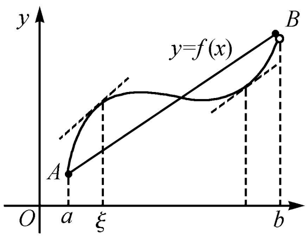
罗尔中值定理：

设函数 $f(x)$ 满足（1）在闭区间 $[a,b]$ 上连续；（2）在开区间 (a,b) 内可导；（3）$f(a)=f(b)$.则存在 $\xi\in(a,b)$，使得 $f'(\xi)=0$



拉格朗日中值定理：

设函数 $f(x)$ 满足（1）在闭区间 $[a,b]$ 上连续；（2）在开区间 (a,b) 内可导。则存在 $\xi\in(a,b)$，使得 $\dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}=f'(\xi)$



例题 1：函数 $f(x)=2+x^2-\dfrac{x^3}{3}$ 的图像与 x 轴的交点的个数是（　）

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

答案：B

考点十：一元函数积分学

积分部分的考查主要以定积分为主。定积分常与函数综合在一起考察，具体考的是定积分函数的导函数，以及定积分的几何意义。如 13 年上半年 1 道选择题是求定积分函数导函数零点的个数；又如 13 年上半年解答题考的是利用定积分求椭圆所围成图形的面积。

定积分的几何意义：

设函数 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续，定积分 $\int_a^b f(x)dx$ 在几何上表示曲线 $y=f(x)$ 和直线 $x=a,x=b$ 以及 x 轴围成各部分面积的代数和，在 x 轴上方取正号，在 x 轴下方取负号

定积分中值定理：

设 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续，则存在 $\xi\in[a,b]$，使 $\int_a^b f(x)dx=f(\xi)(b-a)$

例题 1：设函数 $f(x)=\int_0^x(t^2+2)e^{2t^2}dt$ ，则 $f^{'}(x)$ 的零点个数为（　　）

A．0　　　B．1　　　C．2　　　D．3

答案：A

例题 2：计算由曲线 $y^2=2x$ 和直线 $y=x-4$ 所围成的图形的面积（　）

A.20　　　B.24　　　C.18　　　D.16

答案：C

考点十一：空间解析几何

空间线面、面面关系也是常考的考点，其中空间线面关系就考过，如 14 年下半年就考了空间直线与平面位置关系，并要求线面夹角。

平面及其方程:

（1）法（线）矢量，法（线）方向数。

与平面 π 垂直的非零矢量，称为平面 π 的法矢量，通常记成 $\vec{n}$ 。法矢量 $\{m,n,p\}$ 的坐标称为法（线）方向数。对于给定的平面 π，它的法矢量有无穷多个，但它所指的方向只有两个。

（2）点法式方程

已知平面 π 过 $M(x_0,y_0,z_0)$ 点，其法矢量 $\vec{n}=\{A,B,C\}$，则平面 π 的方程为

$A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0$ 或 $\vec{n}\cdot(\vec{r}-\vec{r_0})=0$

其中 $\vec{r_0}=\{x_0,y_0,z_0\}$ $\vec{r}=\{x,y,z\}$

（3）一般式方程

$Ax+By+Cz+D=0$

其中 A,B,C 不全为零，x,y,z 前的系数表示 π 的法线方向数，$\vec{n}=\{A,B,C\}$ 是 π 的法矢量。

特别情形：

$Ax+By+Cz=0$，表示通过原点的平面。

$Ax+By+D=0$，平行于 z 轴的平面。

$Ax+D=0$，平行 yOz 平面的平面。

$x=0$ 表示 yOz 平面。

考点十二：线性代数

矩阵的考察频率非常高，几乎年年考。具体的考点是矩阵的简单运算、矩阵变换下的曲线方程、正交矩阵的判定、矩阵的特征矢量特征值、矩阵的变换等。

线性方程组是高等数学的一大重点内容，常考齐次，非齐次线性方程组的解，以解答题的形式出现。如，12 年下半年考了 1 道求齐次线性方程组的解，并求方程组解的维数;15 年下半年考了 1 道非齐次线性方程组，要求证明方程唯一解存在时，几个矢量线性无关。

（1）矩阵的加法

$$A_{m\times n}+B_{m\times n}=\left(a_{ij}+b_{ij}\right)_{m\times n}=\begin{bmatrix} a_{11}+b_{11} & a_{12}+b_{12} & \cdots & a_{1n}+b_{1n} \\ a_{21}+b_{21} & a_{22}+b_{22} & \cdots & a_{2n}+b_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1}+b_{m1} & a_{m2}+b_{m2} & \cdots & a_{mn}+b_{mn} \end{bmatrix}$$

（2）矩阵的数乘

$$\lambda A_{m\times n}=A_{m\times n}\lambda=\left(\lambda a_{ij}\right)_{m\times n}=\begin{bmatrix} \lambda a_{11} & \lambda a_{12} & \cdots & \lambda a_{1n} \\ \lambda a_{21} & \lambda a_{22} & \cdots & \lambda a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \lambda a_{m1} & \lambda a_{m2} & \cdots & \lambda a_{mn} \end{bmatrix}$$

（3）矩阵的乘法

$$C=\left(c_{ij}\right)_{m\times n}=A_{m\times s}\times B_{s\times n}=\left(a_{ij}\right)_{m\times s}\times\left(b_{ij}\right)_{s\times n}$$

其中，$c_{ij}=\sum_{k=1}^{s}a_{ik}b_{kj}=a_{i1}b_{1j}+a_{i2}b_{2j}+\cdots+a_{is}b_{sj}$

$AB\neq BA$

$AE=EA=A$

$$(A)^k = \underbrace{AA\cdots A}_{k}$$

（4）矩阵的转置

$$A^T = A' = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} & \cdots & a_{n1} \\ a_{12} & a_{22} & \cdots & a_{n2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{1m} & a_{2m} & \cdots & a_{nm} \end{bmatrix}$$

$$\left(A^T\right)^T = A$$

$$(AB)^T = B^T A^T$$

$$(A+B)^T = A^T + B^T, \quad (\lambda A)^T = \lambda A^T$$

（5）矩阵的特征矢量特征值

设 A 是 n 阶矩阵，如果 λ 和 n 维非零矢量 X 使关系式

$$A\mathrm{x} = \lambda x \qquad (1)$$

成立，那么，这样的数 λ 称为矩阵 A 的特征值，非零矢量 x 称为 A 的对应于特征值 λ 的特征矢量。

（1）式也可以写成

$$(A-\lambda E)x = 0$$

这是 n 个未知数 n 个方程的齐次线性方程组，它有非零解的充分必要条件是系数行列式

$$|A-\lambda E|x = 0$$

即
$$\begin{vmatrix} a_{11}-\lambda & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22}-\lambda & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn}-\lambda \end{vmatrix} = 0$$

上式是以 λ 为未知数的一元 n 次方程，称为矩阵 A 的特征方程。其左端 $|A-\lambda E|$ 是 λ 的 n 次多项式，记作 $f(\lambda)$，称为矩阵 A 的特征多项式。显然，A 的特征值就是特征方程的解。特征方程在复数范围内恒有解，其个数为方程的次数（重根按重数计算），因此，n 阶矩阵 A 在复数范围内有 n 个特征值。

设 n 阶矩阵 $A=(a_{ij})$ 的特征值为 $\lambda_1, \lambda_2, \cdots, \lambda_n$，不难证明

$(i)\lambda_1+\lambda_2+\cdots+\lambda_n=a_{11}+a_{22}+\cdots+a_{nn};$
$(ii)\lambda_1\lambda_2\cdots\lambda_n=|A|$

设 $\lambda_1=\lambda_i$ 为矩阵 n 的一个特征值，则由方程

$$(A-\lambda_i E)x=0$$

可求得非零解 $x=p_i$，那么 p_i 便是 A 的对应于特征值 λ_i 的特征矢量。（若 λ_i 为实数，则 p_i 可取实矢量；若 λ_i 为复数，则 p_i 为复矢量。）

例题 1：求矩阵 $A=\begin{bmatrix}-1&1&0\\-4&3&0\\1&0&2\end{bmatrix}$ 的特征值和特征矢量。

参考答案：A 的特征值为 $\lambda_1=2,\lambda_2=\lambda_3=1$

当 $\lambda_1=2$ 时，解 $(A-2E)x=0$ 得基础解系 $p_1=\begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix}$

所以 $kp_1(k\neq0)$ 是对应于 $\lambda_1=2$ 的全部特征矢量。

当 $\lambda_2=\lambda_3=1$ 时解 $(A-E)x=0$ 得基础解系 $p_2=\begin{bmatrix}-1\\-2\\1\end{bmatrix}$

所以 $kp_2(k\neq0)$ 是对应于 $\lambda_2=\lambda_3=1$ 的全部特征矢量。

考点十三：统计概率

概率题在选择和解答题都会出现，不过这部分题难度不大，选择题中如 13 年上半年考掷硬币、15 年下半年样本平均值、独立事件概率的计算，解答题考过两个事件的关系的证明。如 12 年下半年就考了 1 道两独立事件的证明。

古典概型及随机数的产生

古典概型的使用条件：试验结果的有限性和所有结果的等可能性。

$P(A)=$ A 包含的基本事件数/总的基本事件个数

几何概型及均匀随机数的产生

$P(A)=$构成事件 A 的区域长度（面积或体积）/试验的全部结果所构成的区域长度（面积或体积）

条件概率

对任意事件 A 和事件 B，在已知事件 A 发生的条件下事件 B 发生的概率，叫做条件概率。记作 $P\left(B|A\right)$，读作 A 发生的条件下 B 的概率。

$$P\left(B|A\right)=\frac{P\left(AB\right)}{P\left(A\right)},P\left(A\right)>0$$

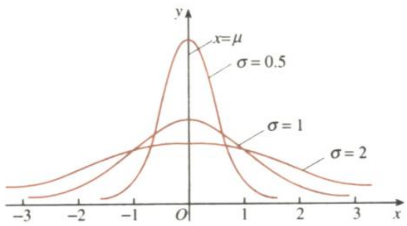
独立事件

事件 A（或 B）是否发生对事件 B（或 A）发生的概率没有影响，这样的两个事件叫做相互独立事件。$P\left(A\cdot B\right)=P\left(A\right)\cdot P\left(B\right)$

正态分布：

若概率密度曲线就是或近似地是函数

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}},x\in(-\infty,+\infty)$$



的图象，其中解析式中的实数 μ、$\sigma\left(\sigma>0\right)$ 是参数，分别表示总体的平均数与标准差．则其分布叫<u>正态分布</u>。记作：$N\left(\mu,\sigma\right)$，$f\left(x\right)$ 的图象称为正态曲线。

基本性质：

①曲线在 x 轴的上方，与 x 轴不相交。②曲线关于直线 $x=\mu$ 对称，且在 $x=\mu$ 时位于最高点。③当时 $x<\mu$，曲线上升；当时 $x>\mu$，曲线下降．并且当曲线向左、右两边无限延伸时，以 x 轴为渐近线，向它无限靠近。④当 σ 相同时，正态分布曲线的位置由期望值 μ 来决定。⑤正态曲线下的总面积等于 1。

考点十四：教学原则

数学教学原则这一块，连续 3 次考了严谨性与量力性教学原则，所以教学原则这一块希望广大考生要引起重视。以论述题或者结合具体的教学内容考查这一原则是如何引入或者体现的。

1.具体与抽象结合原则

2.严谨性与量力性相结合原则

3.培养双基与策略创新相结合的原则

4.精讲多练与自主建构相结合的原则

考点十五：数学史

数学知识这一块考的比较多也很泛，目前考过“同化”数学概念的作用、数学知识的定义，选修 1 的内容、案例分析会考编制专业数学题目。数学史这一块常考相关数学知识的创始人，如目前考过微积分、勾股定理的创始人。

1. 在现存的中国古代数学著作中，**《周髀算经》**是最早的一部。

2. 创造并首先使用“阿拉伯数码”的国家或民族是**印度**，而首先使用**十进位**值制记数的国家或民族则是**中国**。

3. 微积分的创建人有**牛顿、莱布尼兹、费尔马。**

4. 最早使用**“函数”**(function)这一术语的数学家是**莱布尼茨。**

5. 被称为**“现代分析之父”**的数学家是**魏斯特拉斯**，被称为**“数学之王”**的数学家是**高斯。**

6. 提出**“集合论悖论”**的数学家是**罗素。**

7. 《几何基础》的作者是**希尔伯特**，该书所提出的公理系统包括**五组公理。**

8. 古希腊的三大著名几何问题是**化圆为方、倍立方、三等分角。**

9. 20 世纪初对国际数学教育产生重要影响的是贝利克莱因运动。

10. 与意大利传教士利玛窦共同翻译了《几何原本》（Ⅰ—Ⅵ卷）我国数学家是**徐光启。**

考点十六：教学设计

1．课题

2．课时 （课型：新授课 ）

3．教学目标

①知识与技能目标

了解、理解、掌握、学会、运用

②过程与方法

通过……过程/活动，提高……能力

③情感态度价值观

体会……感情；产生……共鸣；培养……精神；陶冶……情操

注：写三维目标，主体一定是学生，因此避免使用：使学生……；让学生……

4.教学重点：是教材中为了达到教学目的而着重指导学生必须熟练掌握的内容

5.教学难点：是学生对教材中不易理解掌握的地方

6.教学方法：一法为主，多法配合

常见的数学教学方法有：情景教学法，讲练结合法，启发式教学法，讲授法，练习法，多媒体教学法、讨论法等

7.教具

8.教学过程

①导入：吸引学生注意，激发学生学习兴趣引入新课

常见的导入方式：温故导入、练习导入、图片导入、视频/音频导入、故事导入、情境导入

②新授：注意学生活动，生生互动

③巩固：形式多样

④小结：学生小结，教师归纳

⑤作业 ：开放性的作业，学以致用

9.板书设计：字不如表，表不如画