

2018 年教师资格证笔试
考前 30 分(初中数学)

目录

考点一：函数的性质.....	1
1. 函数的单调性.....	1
2. 函数奇偶性.....	1
3. 周期性.....	1
4. 有界性.....	1
5. 特殊函数.....	1
几个重要的对数恒等式.....	2
考点二：导数及微分中值定理.....	2
罗尔中值定理：.....	3
拉格朗日中值定理：.....	3
例题 1：与直线 $x+3y+1=0$ 垂直且与曲线 $y=x^4-x$ 相切的直线的方程为().....	4
A. $x-3y-3=0$ B. $3x-y-3=0$	4
考点三：概率与统计.....	4
古典概型及随机数的产生.....	4
几何概型.....	4
条件概率.....	4
独立事件.....	4
正态分布：.....	5
考点四：数列.....	5
(二) 求数列前 n 项的和.....	6
A. 7 B. 8.....	6
C. 15 C. 16.....	6
考点五：圆锥曲线及曲面方程.....	6
二次曲面类型：.....	7
旋转曲面：.....	7
A. 椭球面 B. 旋转双曲面 C. 旋转抛物面 D. 圆柱面.....	8
考点六：函数极限与函数连续(一致连续).....	8
1、常用求极限的方法.....	8
考点七：积分(求积分，积分的应用).....	9
定积分的几何意义：.....	9
定积分中值定理：.....	9
考点八：行列式和逆矩阵及特征值特征向量.....	10
(1) 矩阵的加法.....	10
(2) 矩阵的数乘.....	10
(3) 矩阵的乘法.....	10
(4) 矩阵的转置.....	10
(5) 矩阵的特征向量特征值.....	11
考点九：整除性理论.....	12
考点十：数学课程标准.....	12
考点十一：数学史.....	12
9. 20 世纪初对国际数学教育产生重要影响的是贝利克莱因运动。.....	13
考点十二：教学设计.....	13
扫码关注微信公众号.....	14

咨询电话：027-87870401.....	14
教师资格证面试QQ群：583451137.....	14
教师招聘考试QQ群：366146779.....	14



考点一：函数的性质

这一知识点考察的难度不大，但是函数是数学学科的基础知识，建议考生打好基础。比如2013年下半年考了1道选择题，考察函数的奇偶性。也会出现在论述题目中请描述函数单调性的定义及说明判断方法。

1.函数的单调性

对于复合函数 $y = f[g(x)]$ ，令 $u = g(x)$ ， $f(x)$ 与 $g(x)$ 同增函数或减函数时，复合函数为增函数，若一个为增函数，一个为减函数时，复合函数为减函数，即“同增异减”。

2.函数奇偶性

若函数 $f(x)$ 为奇函数，且在 $x=0$ 处有定义，则 $f(0)=0$ 。

3.周期性

周期性：设 $f(x)$ 在 X 上有定义，如果存在常数 $T \neq 0$ ，使得任意 $x \in X$ ， $x+T \in X$ ，都有 $f(x+T)=f(x)$ ，则称 $f(x)$ 是**周期函数**，称 T 为 $f(x)$ 的周期。

由此可见，**周期函数有无穷多个周期**，如果在所有正周期中有一个最小的，则称它是函数 $f(x)$ 的**最小正周期**。

4.有界性

有界性：设函数 $y = f(x)$ 在 X 内有定义，若存在正数 M ，使 $x \in X$ 都有 $|f(x)| \leq M$ ，则称 $f(x)$ 在 X 上是有界的。

5.特殊函数

分数指数幂的概念

(1) 正数的正分数指数幂的意义是： $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$ ($a > 0, m, n \in N_+,$ 且 $n > 1$)。0 的正分数指数幂等于 0。

(2) 正数的负分数指数幂的意义是： $a^{-\frac{m}{n}} = \left(\frac{1}{a}\right)^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{\left(\frac{1}{a}\right)^m}$ ($a > 0, m, n \in N_+,$ 且 $n > 1$)。0 的负分数指数幂没有意义。

注意口诀：底数取倒数，指数取相反数。

分数指数幂的运算性质：

$$(1) a^r \cdot a^s = a^{r+s} (a > 0, r, s \in R)$$

$$(2) (a^r)^s = a^{rs} (a > 0, r, s \in R)$$

$$(3) (ab)^r = a^r b^r (a > 0, b > 0, r \in \mathbf{R})$$

对数的定义：

(1) 若 $a^x = N (a > 0, \text{且} a \neq 1)$ ，则 x 叫做以 a 为底 N 的对数，记作 $x = \log_a N$ ，其中 a 叫做底数， N 叫做真数。

(2) 负数和零没有对数。

(3) 对数式与指数式的互化： $x = \log_a N \Leftrightarrow a^x = N (a > 0, a \neq 1, N > 0)$ 。

几个重要的对数恒等式

$$\log_a 1 = 0, \log_a a = 1, \log_a a^b = b$$

对数的运算性质：

如果 $a > 0, a \neq 1, M > 0, N > 0$ ，那么

$$\textcircled{1} \text{加法: } \log_a M + \log_a N = \log_a (MN)$$

$$\textcircled{2} \text{减法: } \log_a M - \log_a N = \log_a \frac{M}{N}$$

$$\textcircled{3} \text{数乘: } n \log_a M = \log_a M^n (n \in \mathbf{R})$$

$$\textcircled{4} a^{\log_a N} = N$$

$$\textcircled{5} \log_{a^b} M^n = \frac{n}{b} \log_a M (b \neq 0, n \in \mathbf{R})$$

$$\textcircled{6} \text{换底公式: } \log_a N = \frac{\log_b N}{\log_b a} (b > 0, b \neq 1)$$

负数和零没有对数。

对数式与指数式的互化： $x = \log_a N \Leftrightarrow a^x = N (a > 0, a \neq 1, N > 0)$ 。

例题 1. 若函数 $f(x) = x^2 + \frac{a}{x} (a \in \mathbf{R})$ ，则下列结论正确的是 ()

A. $\forall a \in \mathbf{R}$ ， $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上是增函数

B. $\forall a \in \mathbf{R}$ ， $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上是减函数

C. $\exists a \in \mathbf{R}$ ， $f(x)$ 是偶函数

D. $\exists a \in \mathbf{R}$ ， $f(x)$ 是奇函数

参考答案：C

考点二：导数及微分中值定理

对于这一知识点，一般考导数的应用，要求求出导函数，并根据导函数的符号判断函数在某个区间上的单调性，进而求极值和最值。比如 2013 年下半年考了 1 道选择题，根据导函数的图像，来判断某点是不是极值点；2014 年下半年的第 1 道选择题考察的内容是根据导函数的符号判断单调性。

如果函数 $y = f(x)$ 在点 x_0 处导数 $f'(x_0)$ 存在，则在几何上 $f'(x_0)$ 表示曲线 $y = f(x)$ 在点 $(x_0, f(x_0))$ 处的切线的斜率。

切线方程： $y - f(x_0) = f'(x_0)(x - x_0)$

单调性： 设函数 $f(x)$ 在 (a, b) 内可导，如果恒有 $f'(x) > 0 (< 0)$ ，则 $f(x)$ 在 (a, b) 内单调增加（单调减少）；如果恒有 $f'(x) \geq 0 (\leq 0)$ ，则 $f(x)$ 在 (a, b) 内单调不减（单调不增）

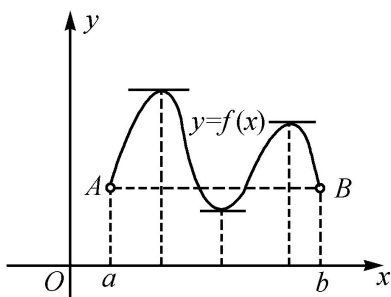
极值点： 设函数 $f(x)$ 在 (a, b) 内有定义， x_0 是 (a, b) 内的某一点，则如果点 x_0 存在一个邻域，使得对此邻域内的任一点 $x (x \neq x_0)$ ，总有 $f(x) < f(x_0)$ ，则称 $f(x_0)$ 为函数 $f(x)$ 的一个极大值，称 x_0 为函数 $f(x)$ 的一个极大值点；

如果点 x_0 存在一个邻域，使得对此邻域内的任一点 $x (x \neq x_0)$ ，总有 $f(x) > f(x_0)$ ，则称 $f(x_0)$ 为函数 $f(x)$ 的一个极小值，称 x_0 为函数 $f(x)$ 的一个极小值点。

高次函数的零点个数综合应用了函数的单调性和极值。

罗尔中值定理：

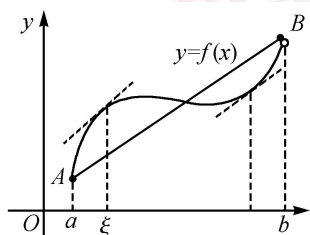
设函数 $f(x)$ 满足 (1) 在闭区间 $[a, b]$ 上连续； (2) 在开区间 (a, b) 内可导； $f(a) = f(b)$ 。则存在 $\xi \in (a, b)$ ，使得 $f'(\xi) = 0$



拉格朗日中值定理：

设函数 $f(x)$ 满足 (1) 在闭区间 $[a, b]$ 上连续； (2) 在开区间 (a, b) 内可导。则存在 $\xi \in (a, b)$ ，使得

$$\frac{f(b)-f(a)}{b-a} = f'(\xi)$$



例题 1: 与直线 $x+3y+1=0$ 垂直且与曲线 $y=x^4-x$ 相切的直线的方程为()

- A. $x-3y-3=0$
- B. $3x-y-3=0$
- C. $3x-y-1=0$
- D. $x-3y-1=0$

答案: C

考点三: 概率与统计

考察的是高中的知识, 题目难度较小, 但是考察的频率非常高。比如 2013 年下半年考察了 1 道解答题, 考察在区间上均匀分布的两个独立事件的概率; 2014 年下半年考察了 1 道解答题, 在放回的情况下, 分别求两次摸出的球颜色相同和颜色不同的概率; 2015 年下半年考察了 1 道选择题和 1 道解答题, 分别考察的是样本容量对平均数的影响以及求简单随机事件的概率。

古典概型及随机数的产生

古典概型的使用条件: 试验结果的有限性和所有结果的等可能性。

$$P(A) = \frac{A \text{ 包含的基本事件数}}{\text{总的基本事件个数}}$$

几何概型

$$P(A) = \frac{\text{构成事件 A 的区域长度 (面积或体积)}}{\text{试验的全部结果所构成的区域长度 (面积或体积)}}$$

条件概率

对任意事件 A 和事件 B, 在已知事件 A 发生的条件下事件 B 发生的概率, 叫做条件概率。记作 $P(B|A)$, 读作 A 发生的条件下 B 的概率。

$$P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)}, P(A) > 0$$

独立事件

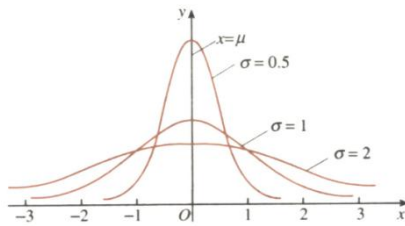
事件 A (或 B) 是否发生对事件 B (或 A) 发生的概率没有影响, 这样的两个事件叫做相互独立事件。

$$P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B)$$

正态分布:

若概率密度曲线就是或近似地是函数

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, x \in (-\infty, +\infty)$$



的图象, 其中解析式中的实数 μ 、 σ ($\sigma > 0$) 是参数, 分别表示总体的平均数与标准差. 则其分布叫**正态分布**. 记作: $N(\mu, \sigma)$, $f(x)$ 的图象称为正态曲线。

基本性质:

- ①曲线在 x 轴的上方, 与 x 轴不相交。
- ②曲线关于直线 $x = \mu$ 对称, 且在 $x = \mu$ 时位于最高点。
- ③当时 $x < \mu$, 曲线上升; 当时 $x > \mu$, 曲线下降. 并且当曲线向左、右两边无限延伸时, 以 x 轴为渐近线, 向它无限靠近。
- ④当 σ 相同时, 正态分布曲线的位置由期望值 μ 来决定。
- ⑤正态曲线下的总面积等于 1。

例题 1: 考察正方体 6 个面的中心, 从中任意选 3 个点连成三角形, 再把剩下的 3 个点也连成三角形, 则所得的两个三角形全等的概率等于 ()。

- A. 1 B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{3}$ D. 0

参考答案: A

考点四: 数列

特殊数列考的比较多, 比如求满足一定条件的数列的通项公式以及前 n 项和. 要掌握恰当的方法, 如错位相减、裂项相消等。

(一) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项

1. 公式法: 当已知 $S_n = f(n)$ 时, 直接运用公式 $a_n = \begin{cases} S_1 & n=1 \\ S_n - S_{n-1} & n \geq 2 \end{cases}$ 求解。

2. 累加法: 当已知 $a_{n+1} = a_n + f(n)$ 时, 运用累加法。

3. 累乘法：当已知 $\frac{a_{n+1}}{a_n} = f(n)$ 时，运用累乘法。

4. 待定系数构造法：当已知 $a_{n+1} = pa_n + f(n)$ (p 为常数) 时，运用构造法。构造成等差数列或者等比数列来求解。

5. 倒数法：当已知 $a_{n+1} = \frac{Aa_n}{Ba_n + C}$ 时运用倒数法。

(二) 求数列前 n 项的和

1. 公式法：主要用于等差或者等比数列，直接套用公式。

2. 错位相消法：用于求 $\{a_n b_n\}$ 型的数列，其中 $\{a_n\}$ 为等差数列， $\{b_n\}$ 是公比为 q 的等比数列，只需用 $S_n - qS_n$ 便可转化为等比数列的求和，但要注意讨论 $q = 1$ 和 $q \neq 1$ 两种情况。

3. 分组化归法：主要用于无法整体求和的数列，可将其通项写成等比、等差等我们熟悉的数列分别进行求和，再综合求出所有项的和。

4. 裂相消项法：此方法主要针对 $\frac{1}{a_1 a_2} + \frac{1}{a_2 a_3} + \dots + \frac{1}{a_{n-1} a_n}$ 这样的求和，其中 $\{a_n\}$ 是等差数列。

例题 1. 等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 s_n ，且 $4a_1, 2a_2, a_3$ 成等差数列。若 $a_1 = 1$ ，则 $s_4 = (\quad)$

A. 7

B. 8

C. 15

C. 16

【参考答案】C

考点五：圆锥曲线及曲面方程

圆锥曲线包括椭圆、双曲线以及抛物线，希望广大考试要学会类比，掌握其标准方程，离心率以及准线等概念。这一块考解答题的时候，计算量往往会比较大，需要联立方程，并结合韦达定理去计算。曲面方程是将二维平面拓展到三维的空间，在空间中求曲面的方程。如 2014 年和 2015 年下半年都考了 1 道解答题，考察的是在一定条件下，求曲面方程。广大考生要掌握求曲面方程的基本方法，如代入法和参数法。

椭圆：平面内与两个定点 F_1, F_2 的距离之和等于常数 $2a$ ($2a > |F_1 F_2| = 2c$) 的点的轨迹称为椭圆。

标准方程：焦点在 x 轴上， $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ ，参数方程：
$$\begin{cases} x = a \cos \varphi, \\ y = b \sin \varphi, \end{cases} \quad (\varphi \text{ 为参数})$$

双曲线:平面内与两个定点 F_1, F_2 的距离之差的绝对值等于常数 $2a$ ($0 < 2a < |F_1F_2| = 2c$) 的点的轨迹称为双曲线。

标准方程: 焦点在 x 轴上, $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$

抛物线:平面内与一个定点 F 和一条定直线 l 的距离相等的点的轨迹称为抛物线。

标准方程: 焦点在 x 轴正半轴, $y^2 = 2px (p > 0)$

二次曲面类型:

(1) 椭圆锥面 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = z^2$

(2) 椭球面 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$

(3) 旋转单叶双曲面 $\frac{x^2 + y^2}{a^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$

(4) 旋转双叶双曲面 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2 + z^2}{c^2} = 1$

(5) 椭圆抛物面 $\frac{x^2 + y^2}{a^2} = z$

(6) 双面抛物面 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = z$ 又称马鞍面

(7) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1, x^2 = ay$ 依次称为椭圆柱面、双曲柱面、抛物柱面。

旋转曲面:

设母线 Γ 在 yOz 平面上, 它的平面直角坐标方程为

$$F(y, z) = 0$$

Γ 绕 z 轴旋转所成的旋转曲面 Σ 的方程为

$$F(\pm\sqrt{x^2 + y^2}, z) = 0$$

如在 yOz 平面内的椭圆 $\frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ 绕 z 轴旋转所得到的旋转曲面的方程为 $\frac{x^2 + y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ 。该曲面称为旋

转椭球面。

例题 1: 方程 $x^2 - y^2 - z^2 = 1$ 表示的二次曲面是 ()

A. 椭球面 B. 旋转双曲面 C. 旋转抛物面 D. 圆柱面

答案: B

例题 2: 将椭圆 $\Gamma: \begin{cases} y^2 + \frac{z^2}{4} = 1 \\ x = 0 \end{cases}$ 绕 z 轴旋转一周, 所得旋转曲面的方程为 ()

A. $x^2 + y^2 + \frac{z^2}{4} = 1$

B. $x^2 - y^2 + \frac{z^2}{4} = 1$

C. $\frac{x^2}{4} + y^2 + \frac{z^2}{4} = 1$

D. $x^2 + \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{4} = 1$

答案: A

考点六: 函数极限与函数连续(一致连续)

常考的知识点有级数的收敛性和函数列的一致收敛性。2014 年下半年考了 1 道选择题, 考察的是函数列收敛于函数的充要条件; 2015 年下半年考了一道选择题, 考察的是幂级数的收敛区间。对于正项级数的收敛性, 要掌握的方法有比式判别法、根式判别法、积分判别法和拉贝判别法。

1、常用求极限的方法

1) 两个重要极限公式

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e; \text{ 或 } \lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}} = e$$

方法: 遇到 1^∞ 形式的极限, 通常都需要将其化为 $(1+\alpha)^\alpha$ 的形式; 或者利用对数恒等式, 再利用洛必达法则; 也可以先取对数, 再利用洛必达法则 (真数部分大于 0)。

2) 代入法

3) 约公因式法

4) 最高次幂法

当函数是分式形式, 且分子、分母都是多项式时, 可以通过这种方法。主要是比较分子与分母次数的高低:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{a_0 x^m + a_1 x^{m-1} + \cdots + a_m}{b_0 x^n + b_1 x^{n-1} + \cdots + b_n} = \begin{cases} \frac{a_0}{b_0} & m = n \\ 0 & m < n \\ \infty & m > n \end{cases}$$

例题 1: 极限 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-1}{x+1}\right)^x = (\quad)$

A.1 B. ∞ C. e^{-2} D. e^2

【参考答案】C

考点七：积分(求积分，积分的应用)

包括积分的计算和积分的相关应用两个方面。首先，广大考生要掌握积分计算的两种方法，换元积分法和分部积分法，然后再多做练习。2013 年下半年考察了 1 道选择题，让我们求定积分的值。其次，在应用方面，要掌握定积分的几何意义，能根据定积分来求面积、用二重积分求体积。

积分部分的考查主要以定积分为主。定积分常与函数综合在一起考察，具体考的是定积分函数的导函数，以及定积分的几何意义。如 13 年上半年 1 道选择题是求定积分函数导函数零点的个数；又如 13 年上半年解答题考的是利用定积分求椭圆所围成图形的面积。17 年下半年简答题考查定积分的意义

定积分的几何意义：

1. 设函数 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续，定积分 $\int_a^b f(x) dx$ 在几何上表示曲线 $y = f(x)$ 和直线 $x = a, x = b$ 以及 x 轴围成各部分面积的代数和，在 x 轴上方取正号，在 x 轴下方取负号

2. 设函数 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续， $y = f(x)$ 两直线 $x = a, x = b$ 以及 x 轴围成曲边梯形绕 x 轴旋转一周所成的旋转体的体积为 $V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$

3. 设函数 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续， $y = f(x)$ 两直线 $y = a, y = b$ 以及 y 轴围成曲边梯形绕 y 轴旋转一周所成的旋转体的体积为 $V = \pi \int_c^d [\phi(y)]^2 dy$

定积分中值定理：

设 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续，则存在 $\xi \in [a, b]$ ，使 $\int_a^b f(x) dx = f(\xi)(b-a)$

例题 1: 已知 $f(x) = \int (x + e^x) dx$ ，则 $f'(x) = (\quad)$ 。

- A. $x + e^x$ B. $x^2 + e^x$
- C. $\frac{x^2}{2} + e^x + C$ D. $x + e^x + C$

参考答案：A

考点八：行列式和逆矩阵及特征值特征向量

这一知识点考察的难度不大，要求广大考生会根据行列式的性质求行列式，以及初等变换求逆矩阵即可。

(1) 矩阵的加法

$$A_{m \times n} + B_{m \times n} = (a_{ij} + b_{ij})_{m \times n} = \begin{bmatrix} a_{11} + b_{11} & a_{12} + b_{12} & \cdots & a_{1n} + b_{1n} \\ a_{21} + b_{21} & a_{22} + b_{22} & \cdots & a_{2n} + b_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} + b_{m1} & a_{m2} + b_{m2} & \cdots & a_{mn} + b_{mn} \end{bmatrix}$$

(2) 矩阵的数乘

$$\lambda A_{m \times n} = A_{m \times n} \lambda = (\lambda a_{ij})_{m \times n} = \begin{bmatrix} \lambda a_{11} & \lambda a_{12} & \cdots & \lambda a_{1n} \\ \lambda a_{21} & \lambda a_{22} & \cdots & \lambda a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \lambda a_{m1} & \lambda a_{m2} & \cdots & \lambda a_{mn} \end{bmatrix}$$

(3) 矩阵的乘法

$$C = (c_{ij})_{m \times n} = A_{m \times s} \times B_{s \times n} = (a_{ij})_{m \times s} \times (b_{ij})_{s \times n}$$

$$\text{其中, } c_{ij} = \sum_{k=1}^s a_{ik} b_{kj} = a_{i1} b_{1j} + a_{i2} b_{2j} + \cdots + a_{is} b_{sj}$$

$$AB \neq BA$$

$$AE = EA = A$$

$$(A)^k = \underbrace{AA \cdots A}_k$$

(4) 矩阵的转置

$$A^T = A' = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} & \cdots & a_{n1} \\ a_{12} & a_{22} & \cdots & a_{n2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{1m} & a_{2m} & \cdots & a_{nm} \end{bmatrix}$$

$$(A^T)^T = A$$

$$(AB)^T = B^T A^T$$

$$(A+B)^T = A^T + B^T, (\lambda A)^T = \lambda A^T$$

(5) 矩阵的特征向量特征值

设 A 是 n 阶矩阵, 如果 λ 和 n 维非零向量 x 使关系式

$$Ax = \lambda x \quad (1)$$

成立, 那么, 这样的数 λ 称为矩阵 A 的特征值, 非零向量 x 称为 A 的对应于特征值 λ 的特征向量。

(1) 式也可以写成

$$(A - \lambda E)x = 0$$

这是 n 个未知数 n 个方程的齐次线性方程组, 它有非零解的充分必要条件是系数行列式

$$|A - \lambda E| = 0$$

即

$$\begin{vmatrix} a_{11} - \lambda & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} - \lambda & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} - \lambda \end{vmatrix} = 0$$

上式是以 λ 为未知数的一元 n 次方程, 称为矩阵 A 的特征方程。其左端 $|A - \lambda E|$ 是 λ 的 n 次多项式, 记作 $f(\lambda)$, 称为矩阵 A 的特征多项式。显然, A 的特征值就是特征方程的解。特征方程在复数范围内恒有解, 其个数为方程的次数 (重根按重数计算), 因此, n 阶矩阵 A 在复数范围内有 n 个特征值。

设 n 阶矩阵 $A = (a_{ij})$ 的特征值为 $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$, 不难证明

$$(i) \lambda_1 + \lambda_2 + \cdots + \lambda_n = a_{11} + a_{22} + \cdots + a_{nn};$$

$$(ii) \lambda_1 \lambda_2 \cdots \lambda_n = |A|$$

设 $\lambda_i = \lambda_i$ 为矩阵 n 的一个特征值, 则由方程 $(A - \lambda_i E)x = 0$

可求得非零解 $x = p_i$, 那么 p_i 便是 A 的对应于特征值 λ_i 的特征向量。(若 λ_i 为实数, 则 p_i 可取实向量; 若 λ_i 为复数, 则 p_i 为复向量。)

例题 1: 求矩阵 $A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ -4 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ 的特征值和特征向量。

参考答案: A 的特征值为 $\lambda_1 = 2, \lambda_2 = \lambda_3 = 1$

当 $\lambda_1 = 2$ 时，解 $(A - 2E)x = 0$ 得基础解系 $p_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

所以 $kp_1 (k \neq 0)$ 是对应于 $\lambda_1 = 2$ 的全部特征向量。

当 $\lambda_2 = \lambda_3 = 1$ 时解 $(A - E)x = 0$ 得基础解系 $p_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}$

所以 $kp_2 (k \neq 0)$ 是对应于 $\lambda_2 = \lambda_3 = 1$ 的全部特征向量。

考点九：整除性理论

教师资格证笔试考察的不再是简单的数的除法，而是考察多项式除法，考生需掌握因式分解这一知识点，建议广大考生掌握方法即可。比如 2015 年考察了 1 道选择题，关于两个多项式相除的商和余式。

考点十：数学课程标准

考的比较多的有课程内容、课程目标、课程基本理念。

课程内容包括数与代数、图形与几何、概率与统计、综合与实践四个方面，这是需要大家去识记的，这一知识点基本上每年都以解答题的形式出现，所以是非常重要的。2013 年下半年考察了 1 道解答题，让我们简述“综合与实践”的教学特点。2014 年下半年考察了 1 道选择题，2015 年下半年也出了 1 道解答题，考察的是确定数学课程内容的依据。

关于课程目标，2013 年下半年考察了 1 道解答题，关于数学中“四基”的含义。课程基本理念，着重掌握其中的教学活动和评价。2013 年下半年考察了 1 道解答题，让我们解释教学活动中，教师的引导作用体现在哪些方面。

考点十一：数学史

在数学史方面，数学家是常考的内容。需要考生去识记，在平常看书的过程中，留意有哪些数学家，都做了哪些贡献。如 2013 年下半年考察了 1 道选择题，考察祖冲之、秦九韶、孙思邈、杨辉中哪个是数学家；2014 年下半年也考察了 1 道选择题，让我们选创始解析几何的数学家。

1. 在现存的中国古代数学著作中，《周髀算经》是最早的一部。
2. 创造并首先使用“阿拉伯数码”的国家或民族是**印度**，而首先使用**十进位**值制记数的国家或民族则是**中国**。
3. 微积分的创建人有**牛顿、莱布尼兹、费尔马**。
4. 最早使用“**函数**”(function)这一术语的数学家是**莱布尼茨**。
5. 被称为“**现代分析之父**”的数学家是**魏斯特拉斯**，被称为“**数学之王**”的数学家是**高斯**。
6. 提出“**集合论悖论**”的数学家是**罗素**。

7. 《几何基础》的作者是**希尔伯特**，该书所提出的公理系统包括**五组公理**。
8. 古希腊的三大著名几何问题是**化圆为方、倍立方、三等分角**。
9. 20世纪初对国际数学教育产生重要影响的是**贝利克莱因运动**。
10. 与意大利传教士利玛窦共同翻译了《几何原本》（I—VI卷）我国数学家是**徐光启**。

考点十二：教学设计

教学设计题真题考查课题涉及到函数，一元二次方程，四边形的性质，勾股定理等相关内容，考查形式上趋向于更细致，分析教材要关注到教学目标，教学重难点，导入部分，新授环节里的例题，探究活动，练习题，教材中的知识推导过程，具体知识点，数学思想等

1. 教学目标

①知识与技能目标

了解、理解、掌握、学会、运用

②过程与方法

通过……过程/活动，提高……能力

③情感态度价值观

体会……感情；产生……共鸣；培养……精神；陶冶……情操

注：写三维目标，主体一定是学生，因此避免使用：使学生……；让学生……

2. 教学重点：是教材中为了达到教学目的而着重指导学生必须熟练掌握的内容

3. 教学难点：是学生对教材中不易理解掌握的地方

4. 教学方法：一法为主，多法配合

常见的数学教学方法有：情景教学法，讲练结合法，启发式教学法，讲授法，练习法，多媒体教学法、讨论法等

5. 教学过程

①导入：吸引学生注意，激发学生兴趣引入新课

常见的导入方式：温故导入、练习导入、图片导入、视频/音频导入、故事导入、情境导入

②新授：注意学生活动，生生互动

③巩固：形式多样

④小结：学生小结，教师归纳

⑤作业：开放性的作业，学以致用

温馨提示：华图教师网(<http://www.hteacher.net/>)，微信公众号：jiaoshizhaopinxinxi，教师招聘、教师资格证考试公告、备考资讯及时推送，更多精彩，欢迎订阅！



扫码关注微信公众号

咨询电话：027-87870401

教师资格证面试 QQ 群：583451137

教师招聘考试 QQ 群：366146779

分校	电话	地址
武昌	027-86659239、18162751903	武汉市洪山区珞瑜路 419 号清和广场 5 楼（武汉体院西门旁）
汉口	027-85447051、85573679、85717010	武汉市江汉区解放大道 688 号武汉广场 3503
汉阳	027-59303638、59302398、18872275423	武汉市汉阳区龙阳大道 76 号九州通大厦 A 座 28 楼
襄城	0710-3512719、18995670576	襄阳市襄城区中共市委党校院内（鼓楼对面）
宜昌	0717-6217631、6517106、18727715060	宜昌市西陵区东山大道 129 号时代天骄 8 楼 A01-03
十堰	0719-8121421、8030876、13774175607	十堰市张湾区朝阳中路 9 号万隆广场 3 楼华图教育
恩施	0718-8021527、8999590、13296548117	恩施市施州大道 67 号金麟大厦 13 楼（汉口银行楼上）

黄石	0714-6287076、15572991899、18986593600	黄石市黄石港区王家里总部经济大厦五楼
咸宁	0715-8129687、18062320951	咸宁市温泉路61号华图教育咸宁分校（温泉中百仓储对面）
黄冈	0713-8829114 15387192652	黄冈市黄州区奥康商业步行街1号B幢3层B3-45号
鄂州	0711-3210265、3210978、18671109700	鄂州市国贸天骄写字楼二单元13楼（银泰百货裙楼）
孝感	0712-2824060、13396181840	孝感市孝南区人民广场南端大楼三楼
随州	0722-3233935、13042757277	随州市鹿鹤转盘文峰国际广场B座4楼（文峰中百楼上）
荆门	0724-2233225、17707249167	荆门市东宝区金虾路荆楚文化广场4楼（银泰城斜对面）
荆州	0716-8458191、15827300302	荆州市荆州区荆州中路文化广场名品街2楼华图教育（即城中城旁边）
天门	0728-5886868 13277996997	天门市陆羽广场陆羽酒店正门西边华图教育（天门市政府对面）