

## 公务员数量关系 40 个经典题型

### 一、页码问题

页码问题涉及的应用题包含四个基本内容：

- | 已知页码数，要求考生求出书中一共含有多少个数码；
- | 已知页码数，要求考生求此书中某个数码出现的次数；
- | 已知书中包含的数码数，要求考生求出该书的页码数；
- | 已知书中某个数码出现的次数，要求考生求出该书的页码数；

为了顺利地解答页码问题，我们先看一下“数”与“组成它的数码个数”之间的关系。一位数共有 9 个，组成所有的一位数需要 9 个数码；两位数共有 90 个，组成所有的两位数需要  $2 \times 90 = 180$ （个）数码；三位数共有 900 个，组成所有的三位数需要  $3 \times 900 = 2700$ （个）数码……为了清楚起见，我们将 n 位数的个数、组成所有 n 位数需要的数码个数、组成所有不大于 n 位的数需要的数码个数之间的关系列表如下：

页码	个数	所用数字的个数	1 到最大页码所用数字的个数
一位数	9	$1 \times 9 = 9$	9
两位数	90	$2 \times 90 = 180$	$180 + 9 = 189$
三位数	900	$3 \times 900 = 2700$	$189 + 2700 = 2889$
四位数	9000	$4 \times 9000 = 36000$	$2889 + 36000 = 38889$

**例题：**编一本书的书页，用了 270 个数字(重复的也算，如页码 115 用了 2 个 1 和 1 个 5 共 3 个数字)，问这本书一共多少页?()

A.117      B.126      C.127      D.189

答案：B

解析：本题是已知数码数，求页码数。一共用了 270 个数字，其中一位数用了 9 个数字，两位数用了 180 个数字，那么三位数用的数字就是  $270-9-180=81$  个数字。 $81\div 3=27$ ，因此三位数的页码共 27 页，从 100 起算，到 126 页就是 27 页，因此这本书一共 126 页。故选 B。

## 二、握手问题

N 个人彼此握手，则总握手数

$$S=(n-1)\{a_1+a(n-1)\}/2=(n-1)\{1+1+(n-2)\}/2=『n^2-n』/2=N\times(N-1)/2$$

例题：某个班的同学体育课上玩游戏，大家围成一个圈，每个人都不能跟相邻的 2 个人握手，整个游戏一共握手 152 次，请问这个班的同学有( )人

A、16 B、17 C、18 D、19

解析：此题看上去是一个排列组合题，但是却是使用的多边形对角线的原理在解决此题。按照排列组合假设总数为 X 人 则  $C_x^3=152$  但是在计算 X 时却是相当的麻烦。我们仔细来分析该题目。以某个人为研究对象。则这个人需要握  $x-3$  次手。每个人都是这样。则总共握了  $x\times(x-3)$  次手。但是每 2 个人之间的握手都重复计算了 1 次。则实际的握手次数是  $x\times(x-3)\div 2=152$  计算的  $x=19$  人

## 三、钟表问题

钟表问题是基于钟表所衍生的问题，一直是公务员考试考查的重点。无论是钟面指针的问题，还是快慢坏表的问题，归根结底，都是利用“比例”的性质来解答。

### 钟表基本常识

1、设钟表一圈分成了 12 格，则时针每小时转 1 格，分针每小时转 12 格。

2、时针一昼夜转 2 圈，1 小时转  $\frac{1}{12}$  圈；分针一昼夜转 24 圈，1 小时转 1 圈。

3、钟面上每两格之间为  $30^\circ$ ，时针与分针成某个角度一般都有对称的两种情况。

**解析：**C.24 小时内时针跑了 2 圈，分针跑了 24 圈，分针比时针多跑了 22 圈，相当于两个针在跑步，那么分针追上了时针 22 次，即重合了 22 次。每重合一次就垂直 2 次，所以一共垂直了 44 次。

这个题可能有些学生会问，分针与时针，每小时垂直 2 次，24 小时应该垂直 48 次。确实，大部分情况下，分针与时针每小时确实是垂直 2 次。但比如 8:00-10:00 这两个小时内，两针其实只垂直了 3 次，而不是 4 次。

#### 四，时钟成特殊角度问题（补充钟表问题）

这一类问题就是我们常说的“两针重合”、“两针垂直”等形成特殊角度用时的题目，这类题目的特点在于同学们过度分析题中情形不会用数学模型求解，所以接下来我们学习如何用模型求解此类问题。

**例题：**试问分针和时针在 4 点多少分第一次重合。

**解析：**本题是一道求重合时间的题目，我们将表盘画出来可以清晰的发现，要想两针重合相当于分针从后面追上时针，那么这道题就可以用追及问题的模型来求解了：

**追及距离 = 速度差 × 追及时间**

本题中追及距离我们可以看成从四点时两针行形成的夹角  $4 \times 30^\circ = 120$

夹角，两针的速度差为  $6-0.5=5.5^\circ$ ，追及时间= $120^\circ/5.5^\circ$ 即可求出。

总结：求解此类问题只要找出初始角度差，除以速度差  $5.5^\circ/\text{分钟}$ 即可。

### 五. 坏钟问题（补充钟表问题）

坏钟问题和上面的两种题型都略有不同，不再能看作是追及问题用夹角求解，我们一般用比例法进行求解，因为实际经过的时间是相同的可以用正比例的思想解题：

**例题**：现在有三个钟，快钟每小时比标准时间快 3 分钟，慢钟每小时比标准时间慢 2 分钟，将三个钟调到统一的时间，在 24 小时内，当快钟为 9 点时慢钟为 8 点，问此时标准时间为几点？

**解析**：三个钟的速度之比为 63:60:58，只看快慢钟的话，速度差为 5 份，由九点到八点时间差一小时，则 1 小时~5 份，则 12 分钟为一份，快钟比标准时间多三份，即多了 36 分钟，当快钟为 9 点时标准时间为 9 点-36 分钟=8 点 24 分。

### 六, 平均数问题

平均数是指算术平均数，就是  $n$  个数的和被个数  $n$  除所得的商，这里的  $n$  大于或等于 2。通常把与两个或两个以上数的算术平均数有关的应用题，叫做平均数问题。

**平均数应用题的基本数量关系是：**

总数量和  $\div$  总份数 = 平均数

平均数  $\times$  总份数 = 总数量和

总数量和  $\div$  平均数 = 总份数

解答平均数应用题的关键在于确定“总数量”以及和总数量对应的总

份数。

**例题：**李明家在山上，爷爷家在山下，李明从家出发一每分钟 90 米的速度走了 10 分钟到了爷爷家。回来时走了 15 分钟到家，则李的平均速度是多少?( )

A.72 米/分 B.80 米/分 C.84 米/分 D.90 米/分

**解析：**A，李明往返的总路程是  $90 \times 10 \times 2 = 1800$ (米)，总时间为  $10 + 15 = 25$  均速度为  $1800 \div 25 = 72$  米/分。

### 七 . 空心方阵的总数问题

空心方阵的总数 = (最外层边人(物)数 - 空心方阵的层数)  $\times$  空心方阵的层数  $\times$  4

= 最外层的每一边的人数  $^2 -$  (最外层每边人数 -  $2 \times$  层数)  $^2$

= 每层的边数相加  $\times$  4 -  $4 \times$  层数

空心方阵最外层每边人数 = 总人数 / 4 / 层数 + 层数

**方阵的基本特点：**

① 方阵不论在哪一层，每边上的人(或物)数量都相同.每向里一层边上的人数就少 2;

② 每边人(或物)数和四周人(或物)数的关系：

③ 中实方阵总人(或物)数 = (每边人(或物)数) $^2 =$  (最外层总人数  $\div$  4 + 1) $^2$

例：

① 某部队排成一方阵 ,最外层人数是 80 人 ,问方阵共有多少官兵?(441 人)

② 某校学生刚好排成一个方队 ,最外层每边的人数是 24 人 ,问该方阵

有多少名学生?(576 名)

解题方法：方阵人数=(外层人数 $\div$ 4+1) $^2$ =(每边人数) $^2$

③ 参加中学生运动会团体操比赛的运动员排成了一个正方形队列。如果要使这个正方形队列减少一行和一系列，则要减少 33 人。问参加团体操表演的运动员有多少人?(289 人)

解题方法：去掉的总人数=原每行人数 $\times$ 2-1=减少后每行人数 $\times$ 2+1

**例题**：某个军队举行列队表演，已知这个长方形的队阵最外围有 32 人，若以长和宽作为边长排出 2 个正方形的方阵需要 180 人。则原来长方形的队阵总人数是( )

A、64， B、72 C、96 D、100

**解析**：这个题目经过改编融合了代数知识中的平方和知识点。长方形的(长+宽) $\times$ 2=32+4 得到长+宽=18。可能这里面大家对于长+宽=18 有些难以计算。你可以假设去掉 4 个点的人先不算。长+宽(不含两端的人) $\times$ 2+4(4 个端点的人)=32，则计算出不含端点的长+宽=14 考虑到各自的 2 端点所以实际的长宽之和是 14+2+2=18。求长方形的人数，实际上是求长 $\times$ 宽。根据条件 长 $\times$ 长+宽 $\times$ 宽=180 综合(长+宽)的平方=长 $\times$ 长+宽 $\times$ 宽+2 $\times$ 长 $\times$ 宽=18 $\times$ 18 带入计算即得到 B。其实在我们得到长宽之和为 18 时，我们就可以通过估算的方法得到选项 B

## 八. 过河问题

河爬进问题最常见于公务员考试中，属于趣味杂题中的一种，学习这种题只要把核心公式记下来直接套用即可。

**公式**：M 个人过河，船能载 N 个人。需要 A 个人划船，共需过河(M-A)/(N-A)

次

**例题：**32 名学生需要到河对岸去野营，只有一条船，每次最多载 4 人(其中需 1 人划船)，往返一次需 5 分钟，如果 9 时整开始渡河，9 时 17 分时，至少有()人还在等待渡河。

A.15 B.17 C.19 D.22

**解析：**由于 9 时开始渡河，往返一次需要 5 分钟，9 点 0 分、9 点 5 分、9 点 10 分、9 点 15 分，船各运一批人过河，所以一共运了 4 次(其中第四次还在路上)。运用公式： $(M-1)/(4-1)=4$  求出  $M=13$ 。因此，共有 13 人已经离开了出发点，因此至少有  $32-13=19$  人等待过河。

### 九 . 青蛙跳井问题

“青蛙爬井问题”可转化为“过河问题”，因此可以使用相同的公式

① 青蛙从井底向上爬，井深 10 米，青蛙每跳上 5 米，又滑下 4 米，这样青蛙需跳几次方可出井?(6)

② 单杠上挂着一条 4 米长的爬绳，小赵每次向上爬 1 米又滑下半米来，问小赵几次才能爬上单杠?(7)

总解题方法：完成任务的次数=井深或绳长 - 每次滑下米数(遇到半米要将前面的单位转化成半米)

例如第二题中，每次下滑半米，要将前面的 4 米转换成 8 个半米再计算。

完成任务的次数=(总长-单长)/实际单长+1

**例题：**有一只蜗牛掉入一口深 30 米的井中。每天白天这只蜗牛爬上 5 米晚上又下滑 2 米，则这只蜗牛经过多少天可以从井中爬出?

A.7 B.8 C.9 D.10

**解析：**本题当中的蜗牛白天、晚上一来一回，可以类比“过河问题”当中的船的来回。因此，本题相当于：一共 30 个人，船上能承载 5 个人，但需要 2 个人划船，于是每次过去 5 人需要回来 2 个人，所以一共需要  $(30-2)/(5-2)=9.33$  天，取整数需要 10 天。本题选 D。

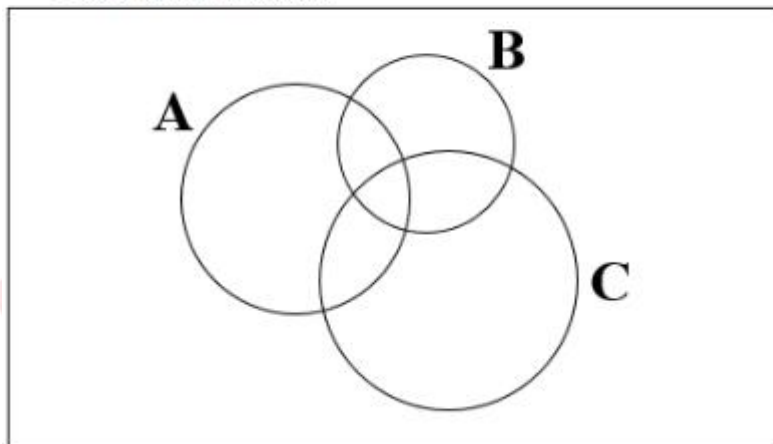
## 十. 容斥原理

“容斥原理”是公考行测数量关系模块中比较容易得分的考点，其常用解题方法有公式法和文氏图法。

三集合容斥原理标准型公式：

$$A \cup B \cup C = A + B + C - A \cap B - B \cap C - A \cap C + A \cap B \cap C$$

三集合容斥原理文氏图：



其实，公式是对文氏图的一种数学描述，归根到底，文氏图的图形关系才是容斥原理的本质。因此，文氏图法更加具有普遍适用性，即不必死记硬背所谓的公式，只需画画图，标标数，哪里已知，哪里所求就一目了然，轻松解题得分。

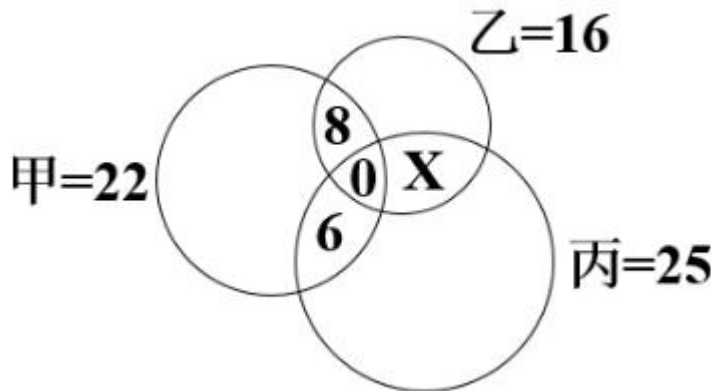
**例题：**某公司招聘员工，按规定每人至多可投考两个职位，结果共 42 人报名，甲、乙、丙三个职位报名人数分别是 22 人、16 人、25 人，其中同时报甲、乙职位的人数为 8 人，同时报甲、丙职位的人数为 6 人，那么同时报乙、丙职位



的人数为( )

- A. 7 人
- B. 8 人
- C. 5 人
- D. 6 人

**解析：**如图，由于“每人至多可投考两个职位”，则该集合三三相交部分为 0，设同时报乙、丙的人数为  $x$ ，根据三集合容斥原理标准型公式， $22+16+25-8-6-x+0=42$ ，通过尾数法即可很快确定答案为 A。



### 十一.传球问题

#### 传球问题核心公式

次数 =  $(N-1)$  的  $M$  次方 /  $N$  最接近的整数为末次传他人次数，第二接近的整数为末次传给自己的次数

**例题：**四人进行篮球传接球练习，要求每人接球后再传给别人。开始由甲发球，并作为第一次传球，若第五次传球后，球又回到甲手中，则共有传球方式：

- A.60 种 B.65 种 C.70 种 D.75 种

**解析：**利用公式解题， $(4-1)$  的 5 次方 / 4 = 60.75 最接近的是 61 为最后传到别

人次数，第二接近的是 60 为最后传给自己的次数

## 十二.漂流瓶问题

**漂流瓶公式：**  $T = (2t_{\text{逆}} * t_{\text{顺}}) / (t_{\text{逆}} - t_{\text{顺}})$

例题：AB 两城由一条河流相连，轮船匀速前进，A 到 B，从 A 城到 B 城需行 3 天时间，而从 B 城到 A 城需行 4 天，从 A 城放一个无动力的木筏，它漂到 B 城需多少天？

A、3 天 B、21 天 C、24 天 D、木筏无法自己漂到 B 城

解析：公式代入直接求得 24，选 C

## 十三.剪绳问题

题目表述为将一根绳子折成几折，然后在上面剪几刀，求分成段数。

若初始为 1 根绳子，则绳子段数为切口数加 1。

一根绳子连续对折 N 次，剪 M 刀，则绳子被剪成  $2^N * M + 1$  段。

剪绳计数可以拓展为爬楼计数与截管求时等模型。

爬楼计数：从地面开始爬楼，爬到第 N 层，则实际爬过(N-1)层；若从第 N 层爬到第 M 层，则实际爬过(M-N)层。

截管求时：将一根钢管截成 N 段，需要截(N-1)次。

例题：一个工人锯一根 22 米长的木料，因木料两头损坏，他先将木料两头各锯下 1 米，然后锯了 4 次，锯成同样长的短木条，每根短木条长多少米：

A.5.25 米 B.5 米 C.4.2 米 D.4 米

解析：D，首先两头锯掉 2 米，则剩余 20 米，然后锯了 4 次，根据公式锯成 5 段，则每段  $20 \div 5 = 4$  米。故正确答案是 D

## 十四.行程问题（比例法）

行程问题可以分为基础行程，平均速度，相遇追及，多次往返，流水行船，间歇运动等多种题型。

**基础公式=速度×时间=路程。**

**例题：**狗追兔子，开始追时狗与兔子相距 20 米。狗跑了 45 米后，与兔子还相距 8 米，狗还需要跑多远才能追上兔子？

A.25 米 B.30 米 C.35 米 D.40 米

**解析：**B，狗跑了 45 米，这是兔子在狗前方 8 米处，也就是距离狗的起点 53 米，兔子在起点 20 米处开始跑，那么兔子跑了 33 米，在相同的时间下狗和兔子跑的路程比是 45:33，也就是 15:11，说明狗和兔子的速度比是 15:11，要追 8 米的路程根据正反比关系可以得到，当狗跑 30 米的时候兔子刚跑 22 米，狗刚好追上兔子。

**例题 2：**A、B 两架飞机同时从相距 1755 公里的两个机场起飞相向飞行，经过 45 分钟后相遇，如果 A 机的速度是 B 机的 1.25 倍，那么两飞机的速度差是每小时：

A.250 公里 B.260 公里

C.270 公里 D.280 公里

**解析：**简单的相遇问题，A 机的速度是 B 机的 1.25 倍，所有速度和=2.25B。根据相遇公式：速度和=路程/时间=1755/0.75=2340 公里/时，速度差=2340/2.25\*0.25=260 公里/时，选 B

## 十五.相遇追及问题

**相遇和追及问题是行程问题中最喜欢考的两类题型。**

### 1.追及问题

在追及问题中，有一个核心公式：路程差=速度差×时间，其中路程差是指多跑的距离，速度差是指两者速度的差值。

**【追及距离公式】**  $S=(V_{大}-V_{小})\times h$

**例题：**甲、乙两人从运动场同一起点同向出发，甲跑步速度为 200 米/分钟，乙步行，当甲第 5 次超越乙时，乙正好走完第三圈，再过 1 分钟时，甲在乙前方多少米：

A.105 B.115 C.120 D.125

**解析：**当甲第 5 次超越乙时，乙正好走完第三圈，说明甲跑了 8 圈。路程比 8:3，那么速度比也是 8:3。 $V_{甲} : V_{乙} = 200 \times 3 / 8 = 75$ ， $V_{甲} - V_{乙} = 200 - 75 = 125$  米/分钟，所以过 1 分钟时，甲在乙前方 125 米，选 D

## 2.相遇问题

**【相遇距离】**  $S=(V_{大}+V_{小})\times h$

在相遇问题中，有一个核心公式：路程和=速度和×时间，其中路程和是指两者的共同走的路程，速度合是指两者速度的和。

**例题：**甲、乙两人沿直线从 A 地步行至 B 地，丙从 B 地步行至 A 地。已知甲、乙、丙三人同时出发，甲和丙相遇后 5 分钟，乙与丙相遇。如果甲、乙、丙三人的速度分别为 85 米/分钟、75 米/分钟、65 米/分钟。问 AB 两地距离为多少米？

A.8000 米 B.8500 米 C.10000 米 D.10500 米

**解析：**根据题意可知本题有两个相遇过程，甲丙、乙丙各相遇一次，设 AB 的距离是 S，甲丙相遇的时间为 t，甲和丙先相遇可列出等式

$S=(85+65)\times t=150\times t$ ，乙和丙相遇可以列出等式

$S=(75+65)\times(t+5)=140\times(t+5)$ ，解得： $t=70$ ， $S=150\times 70=10500$ 。故选答案

D。

对于相遇追及问题，大家需要灵活的运用上面两个公式，但是大家要注意的是，寻找相遇追及距离的时候一定要找准确，在题目中给出的信息比较复杂时可以借助画图来思考。

## 十六.电梯问题

电梯类试题是行程问题中比较难的题，许多考生在考试中遇到此类试题时，通常采用“猜”的方法，或者运用方程组法的解法，其中“猜”的方法得分率比较低，而方程组的方法比较容易想到。

**例题：**商场的自动扶梯匀速由下往上行驶，两个孩子在行驶的扶梯上上下下走动，女孩由下往上走，男孩由上往下走，结果女孩走了40级到达楼上，男孩走了80级到达楼下。如果男孩单位时间内走的扶梯级数是女孩的2倍，则当该扶梯静止时，可看到的扶梯梯级有( )

A.40级 B.50级 C.60级 D.70级

**解析：**根据题意可知男孩逆电梯而行，电梯给男孩帮了倒忙，男孩所走的80级比电梯静止时的扶梯级数多，由于电梯帮倒忙而让男孩多走了一些冤枉路。反观女孩则是顺电梯而行，电梯帮助女孩前进，也就是说女孩走的40级比静止时的扶梯级数少，由于电梯的帮助而使女孩少走了一些梯级。

显然男孩和女孩所走的路程比为 $80 : 40 = 2 : 1$ ，而根据题意可知男孩单位时间内走的扶梯级数是女孩的2倍，也就是说男孩的速度是女孩的两倍。

至此可知男孩和女孩的路程比等于速度比，说明男孩和女孩爬扶梯所用的时间相等，也就说明扶梯给男孩帮倒忙的时间和给女孩帮忙的时间相等，又因为扶梯的速度一定，进而可以推出扶梯让男孩相对于静止扶梯级数多走的路程和扶梯让女

孩相对于静止扶梯级数少走的路程相等。

故此我们只需要将男孩和女孩所走的路程相加就可以将男孩多走的路程和女孩少走的路程抵消掉，得到两倍的扶梯静止时的级数，除以 2 即可得到所求的结果。所以这道题答案是  $(80+40) \div 2 = 60$ 。此题的思维过程清楚明晰，如果考生想更加直观的题解，也可以采用画图的办法，具体过程可以自己演示。

### 十七. 流水行船问题

流水行船问题也是行程问题的一种，船在江河里航行时，除了本身的前进速度外，还受到流水的推送或顶逆，在这种情况下计算船只的航行速度、时间和所行的路程，叫做**流水行船问题**。

行程问题中三个量(速度、时间、路程)的关系在这里将要反复用到。此外，流水行船问题还有以下两个基本公式：

$$\text{顺水速度} = \text{船速} + \text{水速} \quad (1)$$

$$\text{逆水速度} = \text{船速} - \text{水速} \quad (2)$$

这里，船速是指船本身的速度，也就是在静水中单位时间里所走过的路程。水速，是指水在单位时间里流过的路程。顺水速度和逆水速度分别指顺流航行时和逆流航行时船在单位时间里所行的路程。

根据加减法互为逆运算的关系，由公式(1)可以得到：

$$\text{水速} = \text{顺水速度} - \text{船速} ,$$

$$\text{船速} = \text{顺水速度} - \text{水速} .$$

由公式(2)可以得到：

$$\text{水速} = \text{船速} - \text{逆水速度} ,$$

$$\text{船速} = \text{逆水速度} + \text{水速} .$$

这就是说，只要知道了船在静水中的速度，船的实际速度和水速这三个量中的任意两个，就可以求出第三个量。

另外，已知船的逆水速度和顺水速度，根据公式(1)和公式(2)，相加和相减就可以得到：

$$\text{船速} = (\text{顺水速度} + \text{逆水速度}) \div 2,$$

$$\text{水速} = (\text{顺水速度} - \text{逆水速度}) \div 2.$$

**例题：**一条河流的上游到下游共 208 千米，一艘船从河流上游到下游 8 小时到达，从下游到上游 13 小时到达，求船在静水中的速度和水流速度。

**解析：**根据题意，要想求出船速和水速，需要按上面的基本数量关系先求出顺水速度和逆水速度，而顺水速度和逆水速度可按行程问题的一般数量关系，用路程分别除以顺水、逆水所行时间求出。

解：

$$\text{顺水速度} : 208 \div 8 = 26(\text{千米/小时})$$

$$\text{逆水速度} : 208 \div 13 = 16(\text{千米/小时})$$

$$\text{船速} : (26 + 16) \div 2 = 21(\text{千米/小时})$$

$$\text{水速} : (26 - 16) \div 2 = 5(\text{千米/小时})$$

答：船在静水中的速度为每小时 21 千米，水流速度为每小时 5 千米。

## 十八. 间歇运动问题

间歇运动是一类行程运动的总括，通常都是指两人围绕某一环形(或三角形、四边形等)跑道运动，每个人走一段时间休息一段时间，或者走一段路程休息一段时间，或者在环形跑道固定点休息一段时间，由此产生的追及问题，我们称它为间歇运动，也叫环形运动问题。

解决间歇运动的核心：找清运动主要对象，将运动变成我们最简单的数学模型。

例题：某人上山时每走 30 分钟休息 10 分钟，下山时每走 30 分钟休息 5 分钟，已知下山的速度是上山速度的 1.5 倍，如果上山用了 3 小时 50 分钟，那么下山用了多少时间？

解析：上山用了 3 小时 50 分钟，即 230 分钟，上山为 40 分钟一个循环，而  $230 \div (30+10) = 5 \dots 30$ ，因此走了 180 分钟，休息了 5 次，而下山的速度为上山速度的 1.5 倍，所以下山所用的时间为  $180 \div 1.5 = 120$  分钟，可以看出下山需要休息三次，第四次不用休息就已经下山，所以共用  $120 + 3 \times 5 = 135$  分钟。

### 十九. 两次相遇问题

两次相遇公式：单岸型  $S = (3S_1 + S_2) / 2$  两岸型  $S = 3S_1 - S_2$

例题：两艘渡轮在同一时刻垂直驶离 H 河的甲、乙两岸相向而行，一艘从甲岸驶向乙岸，另一艘从乙岸开往甲岸，它们在距离较近的甲岸 720 米处相遇。到达预定地点后，每艘船都要停留 10 分钟，以便让乘客上船下船，然后返航。

这两艘船在距离乙岸 400 米处又重新相遇。问：该河的宽度是多少？

A. 1120 米 B. 1280 米 C. 1520 米 D. 1760 米

典型两次相遇问题，这题属于两岸型(距离较近的甲岸 720 米处相遇、距离乙岸 400 米处又重新相遇)代入公式  $3 \times 720 - 400 = 1760$  选 D

如果第一次相遇距离甲岸 X 米，第二次相遇距离甲岸 Y 米，这就属于单岸型了，也就是说属于哪类型取决于参照的是一边岸还是两边岸。

### 二十. 沿途数车问题

沿途数车问题公式：发车时间间隔  $T = (2t_1 * t_2) / (t_1 + t_2)$

车速/人速 =  $(t_1 + t_2) / (t_2 - t_1)$



**例题：**小红沿某路公共汽车路线以不变速度骑车去学校，该路公共汽车也以不变速度不停地运行，每隔 10 分钟就有辆公共汽车从后面超过她，每隔 6 分钟就遇到迎面开来的一辆公共汽车，公共汽车的速度是小红骑车速度的( )倍？

A. 3 B.4 C. 5 D.6

**解析：**车速/人速=(10+6)/(10-6)=4 选 B。

### 二十一.什锦糖问题

什锦糖问题公式：均价  $A = n / \{ (1/a_1) + (1/a_2) + (1/a_3) + (1/a_n) \}$

**例题：**商店购进甲、乙、丙三种不同的糖果，所用的费用相等，已知甲、乙、丙三种糖果每千克的费用分别是 4.4 元、6 元、6.6 元，如果把这三种糖果混在一起作成什锦糖，那么这种什锦糖每千克的成本是几元？

**解法一：**4.4 元=44 角，6 元=60 角，6.6 元=66 角；44.60.66 的最小公倍数是 660；660 角=66 元；

$(66 \times 3) \div (66 \div 4.4 + 66 \div 6 + 66 \div 6.6)$

=198 ÷ 36

=5.5(千克)；

**解法二：**把每种糖果用去的钱看作单位 1，

$(1 \times 3) \div (1 \div 4.4 + 1 \div 6 + 1 \div 6.6)$

=5.5(元)；

**答：**种什锦糖每千克的成本是 5.5 元。

### 二十二.星期日期问题

**星期日期问题：**闰年(被 4 整除)的 2 月有 29 日，平年(不能被 4 整除)的 2 月有

28 日，记口诀：一年就加 1，闰日再加 1

例题：2002年9月1号是星期日 2008年9月1号是星期几？

因为从2002到2008一共有6年，其中有4个平年，2个闰年，求星期，则：

$4 \times 1 + 2 \times 2 = 8$ ，此即在星期日的基础上加8，即加1，第二天。

例：2004年2月28日是星期六，那么2008年2月28日是星期几？

$4 + 1 = 5$ ，即是过5天，为星期四。（08年2月29日没到）

### 二十三.牛吃草问题

英国著名的物理学家牛顿曾编过这样一道题：

牧场上有一片青草，每天都生长得一样快。这片青草供给10头牛吃，可以吃22天，或者供给16头牛吃，可以吃10天，如果供给25头牛吃，可以吃多少天？

它的题干特征在于：

有一草地，且它的初始值是固定的。有两个量(牛和草)作用于这片草地。

当然，此类题还有个隐含条件，即每头牛每天的吃草速度和数量必须都是相同的，否则此题应该无解。

简单来讲，这类型题就是一边生长，一边消耗。

常见的形式有：

草原上的草一边被牛羊吃，一边在生长；收银台，一边给顾客找钱或将其中的钱财拿出，一边又往里边放钱；蓄水池，一边放水，一边加水；以及火车站的售票窗口，船漏水等。

#### 转化为追击的牛吃草问题

牛吃草则使草量变少，草生长则使草量变多，当作用于这片草地的两个量的作用是相反的时候，牛吃草问题便转化为追击问题。

于是，有基本公式：设每头牛每天吃草的速度为  $a$ ，则原有草量 = (牛的头数 \*  $a$  -

草生长速度)\*时间

例题：牧场上有一片青草，每天都生长得一样快。这片青草供给 10 头牛吃，可以吃 22 天，或者供给 16 头牛吃，可以吃 10 天，如果供给 25 头牛吃，可以吃多少天？

【解析】设原有草量为  $M$ ，草生长速度为  $x$ ，时间为  $t$ ，根据题意我们可以列连等式： $M=(10-x) 22=(16-x) 10=(25-x) t$ ，解得  $x=5$ ， $M=110$ ， $t=5.5$  天。

## 二十四.植树问题

植树问题的要素有三个：总长、间隔、棵数。它在日常生活中应用比较广泛，主要有下面 3 种情况：

- 1、单边线型植树;公式：棵数=总长÷间隔+1;
- 2、单边环型植树;公式：棵数=总长÷间隔;
- 3、单边楼间植树;公式：棵数=总长÷间隔-1;

对于双边植树问题，棵数是相应单边植树问题所需棵数的 2 倍。

例题：在长 581 米的道路两侧植树，假设该路段仅两端有路口，要求在道路路口 15 米范围内最多植 1 棵树，并且相邻的两棵树间的距离为 4 米，问最多能植多少棵树?( )

A.137 B.139 C.278 D.280

解析：答案是 D,单边线型植树问题。除去两头道路路口的 15 米，还剩

$581-15-15=551$ (米)，根据单边线型植树公式，间距 4 米可以植树：

$551 \div 4 + 1 = 138.75$ (棵)，所以最多能植 138 棵，加上两头路口的 2 棵，一共是

140 棵，所以道路两侧一共可以植树  $140 \times 2 = 280$ (棵)。

## 二十五.方阵问题

基本概念：行数和列数都相等，正好排成一个正方形，这种队列就叫方队，也叫做方阵。能用方阵原理解答的问题就是方阵问题。方阵有实心方阵，也有空心方阵。方阵最外层每边人数不是按照自然数规律增长的，是以加 2 的规律增加。方阵外一层总人数比内一层总数多 8。

**基本公式：**

实心方阵的数量关系为：总数=最外层每边数的平方;

空心方阵的数量关系为：总数=(最外层每边数-层数)×层数×4;

四周(某一层)总数=(每边数-1)×4;

每边数=四周总数÷4+1;

最内层每边数=外层每边数-2×(层数-1);

最外层每边数=总数÷4÷层数 + 层数。

**例题：**学校学生排成一个方阵，最外层的人数是 60 人，问这个方阵共有学生多少人?()

- A. 256 人 B. 250 人 C. 225 人 D. 196 人

**解析：**答案为 A。方阵问题的核心是求最外层每边人数。根据四周人数和每边人数的关系可知，每边人数=四周人数÷4 + 1，可以求出方阵最外层每边人数，那么整个方阵队列的总人数就可以求了。方阵最外层每边人数为 60 ÷ 4 + 1 =16(人)，整个方阵共有学生人数 16×16 = 256(人)。

**二十六.比赛场次问题**

比赛场次问题：淘汰赛仅需决冠亚军比赛场次=N-1 淘汰赛需决前四名场次=N  
单循环赛场次为组合 N 人中取 2； 双循环赛场次为排列 N 人中排 2

比赛赛制	比赛场次
------	------

循环赛	单循环赛	参赛选手数×(参赛选手数-1)/2
	双循环赛	参赛选手数×(参赛选手数-1)
淘汰赛	只决出冠(亚)军	参赛选手数-1
	要求决出前三(四)名	参赛选手数

例题：100名男女运动员参加乒乓球单打淘汰赛，要产生男女冠军各一名，则要安排单打赛多少场?( )

A. 95 B. 97 C. 98 D. 99

解析：答案为C。在此完全不必考虑男女运动员各自的人数，只需考虑把除男女冠军以外的人淘汰掉就可以了，因此比赛场次是 $100-2=98$ (场)。

## 二十七.溶液问题

一类典型的比例型计算问题，在解题中应重点把握“溶液”、“溶质”、“溶剂”、“浓度”之间的关系，采用赋值法、十字交叉法、方程法解题。

### 溶液问题的概念

- 1、溶液=溶质+溶剂；
- 2、浓度=溶质/溶液；
- 3、溶质=溶液×浓度。

**解题核心：**“不变量” + “一元一次方程”

### 溶液混合问题：

两溶液混合，质量分别为 $M_1$ 、 $M_2$ ，浓度分别为 $C_1$ 、 $C_2$ ，混合后溶液浓度为 $C$ ，

则有公式： $M_1C_1+M_2C_2=(M_1+M_2)C$

### 抽象比例型问题：

指不涉及具体溶液总量，只涉及溶质与溶剂的相对比例的一种题型，解法是将其中的“不变量”或者“相等量”设为一特值，从而简化计算。

### 反复稀释型：

剩余溶液浓度等于原浓度连乘剩余比例。

### 常见题型：溶液混合与蒸发稀释

解题技巧：根据前后溶质质量相等列方程

例题 1：某种鸡尾酒的酒精浓度为 20%，由 A 种酒、B 种酒和酒精浓度(酒精重量÷酒水总重量)10%的 C 种酒按 1：3：1 的比例(重量比)调制成。已知 B 种酒的酒精浓度是 A 种酒的一半，则 A 种酒的酒精浓度是( )。

- A.36%
- B.30%
- C.24%
- D.18%

分析：核心过程“由 A、B、C 三种溶液混合成 20%的新溶液”。

解析：赋值混合的三种溶液质量分别为 1，3 和 1，则混合后溶液质量为 5。设 B 种酒的浓度为  $x$ ，则 A 的为  $2x$ ，故用于混合的三种溶液中的溶质为

$1 \times 2x + 3 \times x + 1 \times 10\% = 5x + 0.1$ ，混合后溶液中溶质为  $5 \times 20\% = 1$ ，根据混合前后溶质质量不变，有  $5x + 0.1 = 1$ ，解得  $x = 0.18$ ，故 A 的浓度为  $2x = 0.36 = 36\%$ 。

本题答案为 A 选项。

例题 2：(2017 年国家)面包房购买一包售价为 15 元/千克的白糖，取其中的一部分加水溶解形成浓度为 20%的糖水 12 千克，然后将剩余的白糖全部加入后溶解，糖水浓度变为 25%，问购买白糖花了多少元钱?( )

A.45

B.48

C.36

D.42

分析：核心过程“12 千克 20%的糖水与剩余白糖混合，成为 25%的糖水”。

解析：设剩余白糖有  $x$  千克，则混合前两部分中的溶质(糖)有  $12 \times 20\% + x$ ，混

合后的糖水中含有溶质(糖)  $(12+x) \times 25\%$ ，根据混合前后溶质质量不变，有

$12 \times 20\% + x = (12+x) \times 25\%$ ，解得  $x=0.8$ 。而 12 千克糖水中含糖  $12 \times 20\% = 2.4$

千克，故糖总重  $2.4+0.8=3.2$  千克，花费  $3.2 \times 15=48$  元，故本题答案为 B 选项。

例题 3：(2017 年联考)某饮料店有纯果汁(即浓度为 100%)10 千克，浓度为 30% 的浓缩还原果汁 20 千克。若取纯果汁、浓缩还原果汁各 10 千克倒入 10 千克纯净水中，再倒入 10 千克的浓缩还原果汁，则得到的果汁浓度为( )。

A.40%

B.37.5%

C.35%

D.30%

分析：核心过程“10 千克纯果汁、20 千克浓缩还原果汁的混合，再加 10 千克水的稀释”。

解析：混合稀释前的总溶质质量为  $10+20 \times 30\%$ ，设混合后浓度为  $x$ ，则混合后

溶质为  $40x$ ，根据混合稀释前后溶质质量不变，有  $10+20 \times 30\% = 40x$ ，解得

$x=40\%$ 。故本题答案为 A 选项。

### 常见题型——倒出倒进多次操作

解题核心：浓度成比例变化(溶液质量一般不变)

【例 4】(2015 年天津)某科学兴趣小组在进行一项科学实验，从装满 100 克浓度为 80% 的盐水中倒出 40 克盐水后，再倒入清水将杯倒满，搅拌后再倒出 40 克盐水，然后再倒入清水将杯倒满，这样反复三次后，杯中盐水的浓度是( )。

A.11.52%

B.17.28%

C.28.8%

D.48%

分析：每次倒出 40 千克盐水再倒入等量清水，为一次操作。

解析：每一次操作，盐水浓度都会变为原来的 60%。进行三次操作，溶液浓度变为  $80\% \times 60\% \times 60\% \times 60\% = 17.28\%$ 。故本题答案为 B 选项。

说明：“浓度成比例变化”的前提，是每次倒出溶液之后加入的必须是清水，且质量相等。如果不是清水，需进行等量转化。

## 二十八. 工程问题

工程问题研究的是工作量、工作时间和工作效率之间的关系，解题的关键往往是求出工作效率，进而找到解题的思路。

常用解法有赋值法、代入法以及列方程求解。

**核心公式**：工作量=工作效率×工作时间

解决工程问题的思路就是依据上述等量关系列等式，进而找到题目的答案。在具体操作过程中主要有以下三种题型：

**已知完成工作时间**：题干特征是已知每个人完成工作所需的时间，此时采用“赋值法”解决。赋值工作量为工作时间的最小公倍数，进而得到每个人的工作效率，



列出等量关系，得出答案。

**已知工作效率等量关系**：题干特征是没有告诉每个人完成工作的时间，而是告诉他们之间工作效率的等量关系，此时采用“赋值法”解决。根据工作效率的等量关系直接赋值工作效率为具体的数值，列出等量关系，得到答案。

**其他题型**：若题干不符合上述两种情况，一般选择列方程解题，有时需要把工作效率设为未知数，列出等量关系，进而找到效率之间的等量关系，从而得到题目的答案。

### 用赋值法解工程问题举例

赋值法的应用环境其一是这样描述的：题干中存在乘除关系，而且对应量未知。那么此时可以对不变量进行赋值。而工程问题中， $W=Pt$ ，存在乘除关系，如果题干中告诉的条件有未知的对应量，我们就可以设对应量为特值来解题。

**例题**：一项工程，甲一人做完需 30 天，甲、乙合作完成需 18 天，乙、丙合作完成需 15 天。甲、乙、丙三人合作共同完成该工程需多少天?( )

A.8

B.9

C.10

D.12

**解析**：选 C，题目中只告诉工作的时间，对应的工作总量以及工作效率都未知。遇到已知时间求时间的题目时，设工作总量为特值。设  $W=90$ ，则甲=3，甲+乙=5，乙+丙=6，所以乙=2，丙=4，则合=甲+乙+丙=9； $t=90\div 9=10$ (天)。所以答案选 C。

## 二十九. 经济利润问题

经济问题的常用方法有：列方程、赋值法以及十字交叉法。另外，分段计费也是经济问题常考的一类题型，采用分段计算的方法。

基本概念：

进价(成本)：商家买入货物的价格

售价：实际卖出货物的价格

利润=售价-成本：商家赚到的钱

折扣：2折即为原价的20%，9折为原价的90%

基本公式：利润率(加价率/加价幅度)=利润÷成本=(售价-成本)÷成本=售价÷成本-1

打折后的售价=原来的售价(定价)×折扣

总利润=总收入-总成本=单利润×销量

### 方程法解题

例题：某市针对虚假促销的专项检查中，发现某商场将一套茶具加价4成再以8折出售，实际售价比原价还高24元，问这套茶具的原价是多少元？

A 100

B 150

C 200

D 250

解析：选C，这道题并不难，一个简单的方程轻松解决。设茶具的原价是x，加价四成即 $(1+40\%)x$ ，再以八折出售即 $80\% \times (1+40\%)x$ ，实际售价比原价还高24元，则 $80\% \times (1+40\%)x - x = 24$ ，解得 $x = 200$ ，答案选C。

### 赋值法解题

例题：某商店的两件商品成本价相同，一件按成本价多 25% 出售，一件按成本价少 13% 出售，则两件商品各售出一件时盈利为多少?( )

- A 6%
- B 8%
- C 10%
- D 12%

解析：选 A，这道题利用赋值法轻松解决。两件商品成本价相同，那么假如成本价都为 100 元。一件按成本价多 25% 出售，即 125 元。一件按成本价少 13% 出售，即 87 元。利润=售价-成本，那么两件商品各售出一件时盈利  $125+87-200=12$  元。利润率=利润÷成本，可得  $12\div 200=0.6$ 。所以答案是 6%，选 A。

### 三十.最值问题

#### 最值问题

在题干中出现“至少……，才能保证……”等信息时，一般考虑运用抽屉原理解题。突破点在于构造最不利情况，使目标事件最晚发生。

#### 抽屉原理：

- 1.将多于  $n$  件的物品放入  $n$  个抽屉中，那么其中至少有一个抽屉中的物品件数不少于 2。
- 2.将多于  $m\times n$  件的物品放入  $n$  个抽屉中，那么其中至少有一个抽屉中的物品件数不少于  $m+1$ 。

#### 构造数列：

假设所有的物品都在自己的手中，然后逐一发出，在发出的过程中尽可能不要满

足题目的目标，直到满足目标事件为止。

题干中出现“最少的.....最多”“最多的.....最少”、“最轻的.....最重”、“排名第.....最多(最少)”等字眼时，可根据题意，利用极端思想构造数列求解。

**例题：** 现有 26 株树苗要分植于 5 片绿地上，若使每片绿地上分得的树苗数各不相同，则分得树苗最多的绿地至少可分得几株树苗?( )

A.8 B.7 C.6 D.5

**解析：** A，构造数列，设树苗最多的绿地分得  $x$  株，求其至少，则其它至多，分别为  $x-1$ ， $x-2$ ， $x-3$ ， $x-4$ ，建立等式  $x+(x-1)+(x-2)+(x-3)+(x-4)=26$ ，解得  $x=7.2$ (至少)，所以选择 A。

### 三十一.和差倍比问题

和差倍比问题是研究不同量之间的和、差、倍数、比例关系的数学应用题，是数学运算中比较简单的问题。但这类问题对计算速度和准确度要求较高，一般采用代入法快速求解。

#### 1.和差问题

**【含义】** 已知两个数量的和与差，求这两个数量各是多少，这类应用题叫和差问题。

#### **【数量关系】**

大数=(和+差) $\div$ 2

小数=(和-差) $\div$ 2

**【解题思路】** 简单的题目可以直接套用公式;复杂的题目变通后再用公式。

**例题：** 甲乙两班共有学生 98 人，甲班比乙班多 6 人，求两班各有多少人?

**解析：**

$$\text{甲班人数} = (98 + 6) \div 2 = 52(\text{人})$$

$$\text{乙班人数} = (98 - 6) \div 2 = 46(\text{人})$$

答：甲班有 52 人，乙班有 46 人。

## 2.和倍问题

【含义】已知两个数的和及大数是小数的几倍(或小数是大数的几分之几)，要求这两个数各是多少，这类应用题叫做和倍问题。

### 【数量关系】

$$\text{总和} \div (\text{几倍} + 1) = \text{较小的数}$$

$$\text{总和} - \text{较小的数} = \text{较大的数}$$

$$\text{较小的数} \times \text{几倍} = \text{较大的数}$$

【解题思路】简单的题目直接利用公式，复杂的题目变通后利用公式。

**例题：**果园里有杏树和桃树共 248 棵，桃树的棵数是杏树的 3 倍，求杏树、桃树各多少棵？

解析：

$$(1) \text{杏树有多少棵? } 248 \div (3 + 1) = 62(\text{棵})$$

$$(2) \text{桃树有多少棵? } 62 \times 3 = 186(\text{棵})$$

答：杏树有 62 棵，桃树有 186 棵。

## 3.差倍问题

【含义】已知两个数的差及大数是小数的几倍(或小数是大数的几分之几)，要求这两个数各是多少，这类应用题叫做差倍问题。

### 【数量关系】

$$\text{两个数的差} \div (\text{几倍} - 1) = \text{较小的数}$$

较小的数 $\times$ 几倍=较大的数

### 【解题思路】

简单的题目直接利用公式，复杂的题目变通后利用公式。

**例题：**果园里桃树的棵数是杏树的3倍，而且桃树比杏树多124棵。求杏树、桃树各多少棵？

**解析：**

(1)杏树有多少棵? $124 \div (3-1)=62$ (棵)

(2)桃树有多少棵? $62 \times 3=186$ (棵)

答：果园里杏树是62棵，桃树是186棵。

## 4.倍比问题

**【含义】**有两个已知的同类量，其中一个量是另一个量的若干倍，解题时先求出这个倍数，再用倍比的方法算出要求的数，这类应用题叫做倍比问题。

### 【数量关系】

总量 $\div$ 一个数量=倍数

另一个数量 $\times$ 倍数=另一总量

### 【解题思路和方法】

先求出倍数，再用倍比关系求出要求的数。

**例题：**100千克油菜籽可以榨油40千克，现在有油菜籽3700千克，可以榨油多少？

**解析：**

(1)3700千克是100千克的多少倍? $3700 \div 100=37$ (倍)

(2)可以榨油多少千克? $40 \times 37=1480$ (千克)

列成综合算式  $40 \times (3700 \div 100) = 1480$  (千克)

答：可以榨油 1480 千克。

## 三十二.数列问题

### 1.多重数列

例题：8, 3, 17, 5, 24, 9, 26, 18, 30, ( )

A.22 B.25 C.33 D.36

解析：参考答案为 B，多重分组数列，两个一组，组内求和，分别问 11、22、33、44，下一项 55， $55 - 30 = 25$ ，所以选择 B

### 2.机械数列

例题：12, 121, 1112, ( ), 201121, 4022000

A.30112 B.30120 C.80110 D.30121

解析：本题属于特殊数列。每一项的各位数相加依次为 3, 4, 5, ( ), 7, 8, 因此所求数字各位数相加应为 6，所以选择 B 选项。

### 3.幂次数列

**20 以内数的平方数**：1、4、9、16、25、36、49、64、81、100、121、144、169、196、225、256、289、324、361、400

**10 以内数的立方**：1、8、27、64、125、216、343、512、729、1000

**2、3、4、5 的多次方**：

**2 的 1-10 次幂**：2、4、8、16、32、64、128、256、512、1024

**3 的 1--5 次幂**：3、9、27、81、243

**4 的 1--5 次幂**：4、16、64、256、1024

**5 的 1--5 次幂**：5、25、125、625、3125

## 关于常数 0 和 1

$0 = 0^N$  : 0 是 0 的任意自然数次方

(0 的 0 次方没有意义! 即此处  $N \neq 0$ );

$1 = N^0 = 1^a = (-1)^{2a}$  ( $N \neq 0$ )

1 是任意非零数的 0 次方, 是 1 的任意次方, 是 -1 的任意偶次方。

## 16、64、81、256 的多种分解方式

$$16 = 2^4, 4^2; 64 = 2^6, 4^3, 8^2;$$

$$81 = 3^4, 9^2; 256 = 2^8, 4^4, 16^2$$

例题 : 343 , 216,125,64,27 , ( )

A.8 B.9 C.10 D.12

题型分析 : 转化为幂次数, 幂次数列

解析 : 整个数列可以转化为 7 的 3 次方, 6 的 3 次方, 4 的 3 次方, 3 的 3 次方, 2 的 3 次方, 因此选 A

## 4.兔子问题

解题公式 :  $A_n = A(n-1) + A(n-2)$

例题 : 已知一对幼兔能在一月内长成一对成年兔子, 一对成年兔子能在一月内生出一对幼兔。如果现在给你一对幼兔, 问一年后共有多少对兔子?

解析 :

1 月 : 1 对幼兔

2 月 : 1 对成兔

3 月 : 1 对成兔、1 对幼兔

4 月 : 2 对成兔、1 对幼兔



5月：3对成兔、2对幼兔

6月：5对成兔、3对幼兔.....

可看出规律：1, 1, 2, 3, 5, 8 (第三数是前两数之和), 可求出第12项为：

13, 21, 34, 55, 89, 144, 答：有144只兔

### 三十三.不定方程

二元不定方程： $ax+by=c$

这样的方程的解法一般是利用奇偶特性或者利用整除特性进行求解,同时往往还结合赋值代入。

如： $12x+5y=99(x+y>10)$ ,且 $x、y$ 为整数)分析时就可以从奇偶特性入手, $12x$ 为偶数, $99$ 为奇数,所以 $5y$ 一定是奇数,得出 $y$ 一定是奇数,从而得出 $5y$ 的尾数为5, $12x$ 的尾数必须是4。所以可以假设 $x=2$ ,得到 $y=15$ ,完全符合题意。

三元不定方程组：

如： $3x+7y+z=32$ ； $4x+10y+z=43$ 。

**整体消去法**： $3\times(1)-2\times(2)=x+y+z=32\times 3-43\times 2=10$ 。

**特值代入法**：由于不定方程的解是无穷多个的,求解 $x+y+z$ 的具体值,这说明其值为定值,故而可以采用特值法,一般令方程中系数最大的未知数为0再行计算。

令 $y=0$ ,得到 $x=11, z=-1$ ,所以 $x+y+z=11+0-1=10$ 。

### 三十四.木桶原理

**例题 1**：一项工作由编号为1~6的工作组来单独完成,各自完成所需的时间是：5天,7天,8天,9天,10.5天,18天。现在将这项工作平均分配给这些工作

组来共同完成。则需要( )天？

- A、2.5 B、3 C、4.5 D、6

**解析：**这个题目就是我们常说的“木桶效应”类型的题目。“木桶效应”概念来自于经济学中的称呼。意思是一个木桶是由若干个木板拼凑起来的。其存水量取决于最短的那块木板。这个题目我们看该项工作平均分配给了每个小组，则每个小组完成 $\frac{1}{6}$ 的工作量。他们的效率不同整体的时间是取决于最慢的那个人。当最慢的那个人做完了，其它小组早就完成了。18天的那个小组是最慢的。所以完成 $\frac{1}{6}$ 需要3小时，选B

**例题2：**一项工作，甲单独做需要14天，乙单独做需要18天，丙丁合做需要8天。则4人合作需要( )天？

- A、4 B、5 C、6 D、7

**解析：**题目还是“木桶效应”的隐藏运用。我们知道甲乙的各自效率。但是丙丁不知道，根据合做的情况并且最后问的也是合作的情况。我们不妨将其平均化处理。也就是说两个人的平均效率是16天。那么这里效率最差的是18天。大家都是18天则4人合作需要 $18 \div 4 = 4.5$ 天。可见最差也不会超过4.5天，看选项只有A满足

### 三十四，称重量砝码最少的问题

**例题：**要用天平称出1克、2克、3克.....40克这些不同的整数克重量，至少要用多少个砝码？这些砝码的重量分别是多少？

**分析与解：**一般天平两边都可放砝码，我们从最简单的情形开始研究。

(1)称重1克，只能用一个1克的砝码，故1克的一个砝码是必须的。

(2)称重2克，有3种方案：

①增加一个 1 克的砝码;

②用一个 2 克的砝码;

③用一个 3 克的砝码, 称重时, 把一个 1 克的砝码放在称重盘内, 把 3 克的砝码放在砝码盘内。从数学角度看, 就是利用  $3-1=2$ 。

(3)称重 3 克, 用上面的②③两个方案, 不用再增加砝码, 因此方案①淘汰。

(4)称重 4 克, 用上面的方案③, 不用再增加砝码, 因此方案②也被淘汰。总之, 用 1 克、3 克两个砝码就可以称出  $(3+1)$  克以内的任意整数克重。

(5)接着思索可以进行一次飞跃, 称重 5 克时可以利用  $9-(3+1)=5$ , 即用一个 9 克重的砝码放在砝码盘内, 1 克、3 克两个砝码放在称重盘内。这样, 可以依次称到  $1+3+9=13$ (克)以内的任意整数克重。

而要称 14 克时, 按上述规律增加一个砝码, 其重为  $14+13=27$ (克), 可以称到  $1+3+9+27=40$ (克)以内的任意整数克重。

总之, 砝码重量为 1, 3, 32, 33 克时, 所用砝码最少, 称重最大, 这也是本题的答案。

### 三十五.2 乘以多少个奇数的问题

**例题:** 如果  $N$  是 1, 2, 3, ..., 1998, 1999, 2000 的最小公倍数, 那么  $N$  等于多少个 2 与 1 个奇数的积?

**解析:** 因  $2^{10}=1024$ ,  $2^{11}=2048>2000$ , 每个不大于 2000 的自然数表示为质因数相乘, 其中 2 的个数不多于 10 个, 而  $1024=2^{10}$ , 所以,  $N$  等于 10 个 2 与某个奇数的积。

### 三十六.约数个数问题

**例题 1:**  $M=A^X \cdot B^Y$  则  $M$  的约数个数是  $(X+1)(Y+1)$ 。

360 这个数的约数有多少个?这些约数的和是多少?

**解析** :  $360=2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5=2^3 \times 3^2 \times 5$  ;

360 的约数可以且只能是  $2^a \times 3^b \times 5^c$  ,( 其中 a、 b、 c 均是整数 , 且 a 为 0~3,6 为 0~2 , c 为 0~1 )

因为 a、 b、 c 的取值是相互独立的 , 由计数问题的乘法原理知 , 约数的个数为  $(3+1) \times (2+1) \times (1+1) = 24$ 。

我们先只改动关于质因数 3 的约数 , 可以是 1、 3、  $3^2$  , 它们的和是  $(1+3+3^2) = 13$  , 同理质因数 2 的约数 , 可以是 1、 2、  $2^2$ 、  $2^3$  , 它们的和是  $(1+2+2^2+2^3) = 15$  ; 质因数 5 的约数 , 可以是 1、 5 , 它们的和是  $(1+5) = 6$ 。

于是我们计算出 360 所有约数之和为  $13 \times 15 \times 6 = 1170$ 。

答 : 360 的约数有 24 个 , 这些约数的和是 1170。

**例题 2** : 甲数有 9 个约数 , 乙数有 10 个约数 , 甲、乙两数最小公倍数是 2800 , 那么甲数和乙数分别是多少?

**解析** : 一个整数被它的约数除后 , 所得的商也是它的约数 , 这样的两个约数可以配成一对。只有配成对的两个约数相同时 , 也就是这个数是完全平方数时 , 它的约数的个数才会是奇数。因此 , 甲数是一个完全平方数。

$$2800=24 \times 52 \times 7.$$

在它含有的约数中是完全平方数 , 只有

$$1, 22, 24, 52, 22 \times 52, 24 \times 52.$$

在这 6 个数中只有  $22 \times 52 = 100$  , 它的约数是  $(2+1) \times (2+1) = 9$ (个)。

2800 是甲、乙两数的最小公倍数 , 上面已算出甲数是  $100 = 22 \times 52$  , 因此乙数至少要含有 24 和 7 , 而  $24 \times 7 = 112$  恰好有  $(4+1) \times (1+1) = 10$ (个)约数 , 从而乙

数就是 112。

综合起来，甲数是 100，乙数是 112。

### 三十七.双头法则问题

设做题的数量为  $S$  做对一道得  $X$  分 做错一道扣  $Y$  分，不答不得分

竞赛的成绩可能值为  $N$  令  $T=(X+Y)/Y$

则  $N=\{[1+(1+S)]*(1+S)\}/2-\{[1+(S-T+1)]*(S-T+1)\}/2$

**例题：**某次数学竞赛共有 10 道选择题，评分办法是每一题答对得 4 分，答错一道扣 2 分，不答不得分，设这次竞赛最多有  $N$  种可能的成绩，则  $N$  应等于多少？( )

- A、28    B、30    C、32    D、36

**解析：**该题是双线段法则问题  $[(1+11) \times 11 \div 2] - [(1+8) \times 8 \div 2] = 30$

所谓线段法则就是说，一个线段上连两端的端点算在内共计  $N$  个点。问这个线段一共可以行成多少线段。计算方法就是  $(N-1) \times N \div 2$ ，我看这个题目。我们按照错误题目罗列大家就会很清楚了

答对题目数 可能得分

10 : 40

9 : 36 , 34

8 : 32 , 30 , 28

7 : 28 , 26 , 24 , 22

6 : 24 , 22 , 20 , 18 , 16

5 : 20 , 18 , 16 , 14 , 12 , 10

4 : 16 , 14 , 12 , 10 , 8 , 6 , 4

$$3 : 12, 10, 8, 6, 4, 2, 0, -2$$

$$2 : 8, 6, 4, 2, 0, -2, -4, -6, -8$$

$$1 : 4, 2, 0, -2, -4, -6, -8, -10, -12, -14,$$

$$0 : 0, -2, -4, -6, -8, -10, -12, -14, -16, -18, -20$$

这样大家就不难发现可能得分的情况随着答对题目数量的减少,或者说答错题目的增多。呈现等差数列的关系,也就是线段法则的规律。然后从第7开始出现了重复数字的产生。也是随着题目的答错数量的增加而等差增加。这是隐藏的线段法则。所以称之为双线段法则应用。

### 三十八.鸡兔同笼问题

**鸡兔同笼**:某人闲的无聊把若干鸡和若干兔扔在一个笼子里,只告诉你头和腿的数量,让你求鸡和兔的数量。

**题型特点**:题干中含有2类元素和2个等量关系,通过等量关系求元素数量。

**公务员解法**:假设法、抬腿法.....

**例题**:鸡和兔子,总共有35个头,94条腿,则分别有鸡、兔各多少只?

$$\text{假设全是鸡,则兔} = \frac{94 - 35 \times 2}{2} = 12;$$

$$\text{假设全是兔,则鸡} = \frac{35 \times 4 - 94}{2} = 23;$$

总结:设鸡得兔,设兔得鸡

鸡兔同笼问题解题步骤:

1. 设全是其中一个

$$2. \text{另一个} = \frac{\text{总差}}{\text{单腿差}}$$

**例题：**(2016 联考)某餐厅设有可坐 12 人和可坐 10 人两种规格的餐桌共 28 张，最多可容纳 332 人同时就餐，问该餐厅有几张 10 人桌：

A.2 B.4 C.6 D.8

**解析：**假设所有桌子都是 10 人桌，则 12 人桌子数为  $\frac{332-28 \times 10}{12-10} = 26$  张，则 10

人桌为  $28-26=2$  张，故正确答案为 A。

### 三十九.测井深问题

**例题：**用一根绳子测井台到井水面的深度，把绳子对折后垂到井水面，绳子超过井台 9 米；把绳子三折后垂到井水面，绳子超过井台 2 米。那么，绳子长多少米？

**解答：** $(2 \times 9 - 3 \times 2) / (3 - 2) = 12$

(折数\*余数-折数\*余数)/折数差=高度

绳长=(高度+余数)\*折数= $(12+9) \times 2 = 42$

### 四十.分配对象问题

(盈+亏)/分配差=分配对象数

**例:1：**有一堆螺丝和螺母，若一个螺丝配 2 个螺母，则多 10 个螺母；若 1 个螺丝配 3 个螺母，则少 6 个螺母。共有多少个螺丝?( )

A.16 B.22 C.42 D.48

**解析：**A,  $(10+6)/(3-2)=16$

**例题 2：**若干同学去划船，他们租了一些船，若每船 4 人则多 5 人，若每船 5 人则船上空 4 个座位，共有( )位同学

A.17 B.19 C.26 D.41

解析：D， $(5+4)/(5-4)=9$ ， $4\times 9+5=41$

想了解更多的招考资讯，可以添加郑老师微信号（gdetimes）

