

教育理论综合知识

一、选择题（共5小题，每题2分）

1. 捷克教育家夸美纽斯在他的专著_____中提出了“班级授课制”。

- A 《民主主义与教育》
- B 《大教学论》
- C 《普通教育学》
- D 《教育漫画》

【答案】C

【解析】本题属于识记类问题，夸美纽斯在大教学论中提出了“班级授课制”，因而本题选择C项。

2. “唯上智与下愚不移”“生而知之”这样的说法反映了影响人的发展因素的理论是（ ）

- A 环境决定论
- B 遗传决定论
- C 教育万能论
- D 儿童学理论

【答案】B

【解析】本题属于理解性问题，《论语》：“唯上智与下愚不移”意思是说：“只有上等的聪明人与下等的愚笨的人是不可改变性情的”。《中庸·第二十章》“生而知之”，人在出生以前就具备了一切知识。所以属于遗传决定论。因而本题选择B项。

3. 《义务教育法》规定，教师的教育教学工作应当（ ）

- A 履行法律规定义务
- B 保证学生的课外活动时间
- C 促进学生全面发展
- D 平均工资部低于公务员

【答案】A

【解析】本题属识记性问题，《义务教育法》第二十八条规定：“教师享有法律规定的权利，履行法律规定的义务，应当为人师表，忠诚于人民的教育事业。”因而本题选择A项。

4. 李老师已到了将近退休的年龄了，但是学校组织的每一次培训他都积极认真的参加，这表明李老师具有（ ）

- A 热爱学生的情怀
- B 诲人不倦的品格
- C 终身学习的理念
- D 严谨教学的精神

【答案】C

【解析】本题属于理解性问题，题干中李老师临近退休，每一次培训他都参加，说明他终身学习的理念，其他热爱学生的情怀；诲人不倦的品格；严谨教学的精神都与题干不符，因而本题选择C项。

5. 根据认知学习（ ）理论，教学活动中学生学习的实质是内在的。

- A 智力活动
- B 信息输入
- C 心理变化
- D 信息加工

【答案】C

【解析】本题属于理解性问题，根据认知学习理论，教学活动中学生学习的实质是内在的心理变化。因而本题选择C项。

选择题 每题3分

6. 下列各数中，不是七进制数的是

- A .17 B .26 C .105 D .234

【答案】A

【解析】七进制是满七进一，各个数位上的数只能是0, 1, 2, 3, 4, 5, 6，因此本题选择A。

7. 若 $i \cdot z = 1 - i$ (i 为虚数单位)，则 $z =$

- A . $1 + i$ B . $1 - i$ C . $-1 + i$ D . $-1 - i$

【答案】D

【解析】由 $iz = 1 - i$ ，得 $z = \frac{1-i}{i} = \frac{(1-i)i}{i^2} = -i - 1$ ，因此本题选择 D。

8. 命题“ $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 1 > 0$ ”，的否定是

- A. $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 1 \leq 0$ B. $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + 1 > 0$
C. $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 1 < 0$ D. $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + 1 \leq 0$

【答案】D

【解析】全称命题 $\forall x \in \mathbb{R}, p(x)$ 的否定为特称（存在性）命题 $\exists x \in \mathbb{R}, \neg p(x)$ ，因此本题选择 D。

9. 若 $a > b$ ，则下列不等式一定成立的是

- A. $a^{1/2} > b^{1/2}$ B. $\sqrt[3]{a} > \sqrt[3]{b}$ C. $\ln a > \ln b$ D. $0.3^a > 0.3^b$

【答案】B

【解析】排除法选，A 错要求 a, b 大于 0，C 错对数函数 $\ln x$ 的定义域 $x > 0$ ，D 错指数函数 0.3^x 是单调递减函数，因此本题选择 B。

10. 若函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & x \leq 1 \\ \ln x, & x > 1 \end{cases}$ ，则 $f(f(e)) =$

- A. 0 B. 234 C. 2 D. $\ln(e^2 + 1)$

【答案】C

【解析】 $e > 1$ ， $f(e) = \ln e = 1$ ， $f(e) \leq 1$ ， $f(f(e)) = (f(e))^2 + 1 = 1^2 + 1 = 2$

11. 某班有学生 56 人，王见将所有同学随机编号，用系统抽样的方法，抽取一个容量为 4 的样本，已知 5 号 33 号 47 号学生在样本中，则样本还有一个学生的编号为

- A. 13 B. 17 C. 19 D. 21

【答案】C

【解析】系统抽样的办法抽取一个容量为 4 的样本，所以 $56/4=14$ ，即每个 14 名同学抽取一名同学，第一个抽取的是 5，第二个 $5+14=19$

12. 若一个三棱锥的三视图如图所示，其中三个视图都是直角三角形，则在三棱锥的四个面

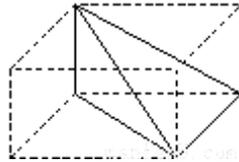


中，直角三角形的个数为

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

【答案】D

【解析】由题意可知，几何体是三棱锥，其放置在长方体中形状如图所示，



利用长方体模型可知，此三棱锥的四个面都是直角三角形。因此本题选择D。

13. 函数 $y=2\sin^2 x$ 图象的一条对称轴方程可以是

- A. $x= \pi /4$ B. $x= \pi /3$ C. $x= 3 \pi /4$ D. $x= \pi$

【答案】D

【解析】根据 $2\sin^2 x = 1 - \cos 2x$ ， $\cos 2x$ 的对称轴为 $x = \frac{k\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$ 。因此本题选择D。

14. 视变量 x, y 满足 $|x-a| + |y-a| \leq 1$ ，若 $2x-y$ 的最大值为5，则实数 a 的值为

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

【答案】D

【解析】

解：设点 $M(a, a)$

则满足 $|x-a| + |y-a| \leq 1$ 的点 (x, y)

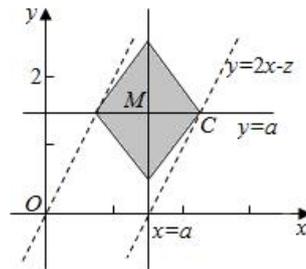
构成区域为平行四边形及其内部区域，如图所示：

令 $z=2x-y$ ，则 z 表示直线 $y=2x-z$ 在 y 轴上的截距的相反数，

故当直线 $y=2x-z$ 过点 $C(1+a, a)$ 时， z 取得最大值为5，

即 $2(1+a) - a = 5$ ，解得 $a=3$ 。

故答案为：3。



15. 已知函数 $f(x)=x^2 -ax+b$, ($a>0, b>0$) 有两个不同的零点 m 和 n , 若 m, n 和 -2 三个数适当排序后既形成等差数列，也形成等比数列，则 $a+b$ 的值为

- A. 7 B. 8 C. 9 D. 10

【答案】C

解:由韦达定理得 $x_1+x_2 = a > 0$, $x_1 \cdot x_2 = b = 4$,

$$x_2 = \frac{4}{x_1}.$$

当适当排序后成等差数列时,-2必不是等差中项,

当 x_1 是等差中项时, $2x_1 = \frac{4}{x_1} - 2$, 计算得出

$$x_1 = 1, x_2 = 4;$$

当 $\frac{4}{x_1}$ 是等差中项时, $\frac{8}{x_1} = x_1 - 2$, 计算得出

$$x_1 = 4, x_2 = 1,$$

综上所述, $x_1+x_2 = a = 5$, 所以 $a + b = 9$.

16. 过抛物线 $y^2 = 4x$ 焦点 F 的直线与抛物线交于 A 、 B 两点, O 为坐标原点, 若 $|AF|=3$. 则 $\triangle AOB$ 的面积为 ()

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

B. $\sqrt{2}$

C. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

D. $\sqrt{2}$

【答案】C

【解析】

解: 设 $\angle AFx = \theta$ ($0 < \theta < \pi$) 及 $|BF| = m$,

$$\because |AF| = 3,$$

\therefore 点 A 到准线 $l: x = -1$ 的距离为 3

$$\therefore 2 + 3\cos\theta = 3$$

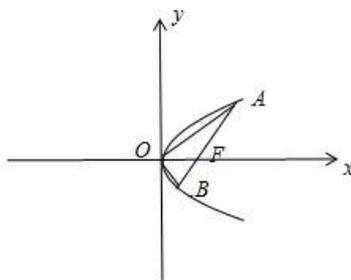
$$\therefore \cos\theta = \frac{1}{3},$$

$$\therefore m = 2 + m\cos(\pi - \theta)$$

$$\therefore m = \frac{2}{1 + \cos\theta} = \frac{3}{2}$$

$$\therefore \triangle AOB \text{ 的面积为 } S = \frac{1}{2} \times |OF| \times |AB| \times \sin\theta = \frac{1}{2} \times 1 \times (3 + \frac{3}{2}) \times \frac{2\sqrt{2}}{3} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

故答案为: $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.



17. 函数 $f(x)$ 在 \mathbb{R} 上的导函数为 $f'(x)$, 已知 $f(x) < 2f'(x)$ 恒成立. 且 $f(\ln 4) = 2$, 则 $f(x) >$

的解集是 ()

A. $(\ln 2, +\infty)$

B. $(2\ln 2, +\infty)$

C. $(-\infty, \ln 2)$

D. $(-\infty, 2\ln 2)$

【答案】B

18. 填空 $\int_{-1}^1 (x + \sqrt{1-x^2}) dx = \underline{\hspace{2cm}}$

【答案】 $\frac{\pi}{2}$

【解析】

$\int_{-1}^1 (x + \sqrt{1-x^2}) dx = \int_{-1}^1 x dx + \int_{-1}^1 \sqrt{1-x^2} dx$, 其中 $\int_{-1}^1 \sqrt{1-x^2} dx$ 表示 $y = \sqrt{1-x^2}$ 与 x 、 y 轴围成图像的面积, 即单位圆的二分之一。

19、已知 $a = (\cos 22^\circ, \sin 22^\circ)$, $b = (\cos 82^\circ, \sin 82^\circ)$, 则 $a+b$ 与 a 的夹角为__

【答案】 $\frac{\sqrt{3}}{2}$

因为 $a = (\cos 22, \sin 22)$, $b = (\cos 82, \sin 82)$, 所以

$$|a+b| = \sqrt{(\cos 22 + \cos 82)^2 + (\sin 22 + \sin 82)^2} = \sqrt{2 + 2\cos(82-22)} = \sqrt{3}, \quad |a| = 1$$

$$(a+b) \cdot a = a \cdot a + a \cdot b = 1 + \cos 60 = \frac{3}{2}$$

所以, $\frac{(a+b) \cdot a}{|a+b||a|} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

20、 $\cos 2\pi/7 + \cos 4\pi/7 + \cos 6\pi/7$ 的值等于__

【答案】 $-\frac{1}{2}$

答案: 解: 原式 = $\frac{\sin \frac{\pi}{7} (\cos \frac{2\pi}{7} + \cos \frac{4\pi}{7} + \cos \frac{6\pi}{7})}{\sin \frac{\pi}{7}}$

$$= \frac{\sin \frac{\pi}{7} \cos \frac{2\pi}{7} + \sin \frac{\pi}{7} \cos \frac{4\pi}{7} + \sin \frac{\pi}{7} \cos \frac{6\pi}{7}}{\sin \frac{\pi}{7}}$$

$$= \frac{\frac{1}{2}(\sin \frac{3\pi}{7} - \sin \frac{\pi}{7}) + \frac{1}{2}(\sin \frac{5\pi}{7} - \sin \frac{3\pi}{7}) + \frac{1}{2}(\sin \frac{7\pi}{7} - \sin \frac{5\pi}{7})}{\sin \frac{\pi}{7}}$$

$$= -\frac{1}{2}$$

21、在四面体的棱长中, 有两条长分别为 $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, 其余都是 1, 则它的体积是__

【答案】 $\frac{\sqrt{2}}{12}$

【解析】1, $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ 组成一个直角三角形, 将此直角三角形作为底面, 则底面积 = $\sqrt{2}/2$ 。
 顶点在长为 $\sqrt{3}$ 的底边的正上方, 高 = $\sqrt{[1^2 - (\sqrt{3}/2)^2]} = 1/2$, 体积 = $(1/3) * (\sqrt{2}/2) * (1/2) = \sqrt{2}/12$

22. (本小题 8 分) 设数列 $\{a_n\}$ 的前几项和为 S_n , 并且满足 $S_1 + S_n = 2a_n - a_1, n \in \mathbb{N}^*, a_1 \neq 0$, 求 a_n

【答案】

解: 由 $S_n = 2a_n - a_1$, 得 $S_{n-1} = 2a_{n-1} - a_1$, 两式相减得 $a_n = 2a_{n-1}$, 因此 a_n 为等比数列,

公比为 2, 又 $n=1$ 时, $S_1 = 2a_1 - a_1, a_1 = 1, S_n = \frac{a_1(1-2^n)}{1-2} = 2^n - 1$

23. (共 8 分)

$\triangle ABC$ 中, a, b, c 分别是角 A, B, C 的对边, 且 $2\cos A \cos C + 1 = 2\sin A \sin C$

(I) 求 B 的大小

(II) 若 $a+c = 3\sqrt{3}/2, b = \sqrt{3}$, 求 $\triangle ABC$ 的面积。

【答案】

解: (I) 由 $2\cos A \cos C + 1 = 2\sin A \sin C$ 得: $\therefore 2(\cos A \cos C - \sin A \sin C) = -1$,

$$\therefore \cos(A+C) = -\frac{1}{2}, \therefore \cos B = \frac{1}{2}, \text{ 又 } 0 < B < \pi, \therefore B = \frac{\pi}{3}.$$

$$(II) \text{ 由余弦定理得: } \cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} = \frac{1}{2}, \therefore \frac{(a+c)^2 - 2ac - b^2}{2ac} = \frac{1}{2},$$

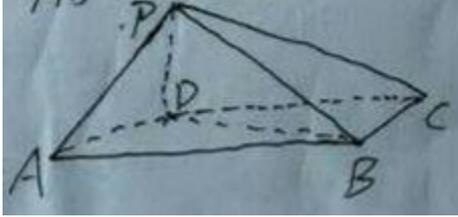
$$\text{又 } a+c = \frac{3\sqrt{3}}{2}, b = \sqrt{3}, \therefore \frac{27}{4} - 2ac - 3 = ac, \text{ 故 } ac = \frac{5}{4},$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}ac \sin B = \frac{1}{2} \times \frac{5}{4} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{5\sqrt{3}}{16}.$$

24. (共 8 分)

如图, 四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 是平行四边形, 且 $\angle DAB = 60^\circ, AB = 2AD = 2PD = 2, PD \perp$ 面 $ABCD$

- (1) 求证: $AD \perp PB$
- (2) 求二面角 $A-PB-C$ 的余弦值



【答案】

(I) 解: 因为 $\angle DAB = 60^\circ$, $AB = 2AD$, 由余弦定理得 $BD = \sqrt{3}AD$, 从而 $BD^2 + AD^2 = AB^2$, 所以, $BD \perp AD$, 又 $PD \perp$ 底面 $ABCD$, 所以 $PD \perp AD$, 所以 $AD \perp$ 面 PBD , 所以 $AD \perp PB$.

(II) 解: 如图, 以 D 为坐标原点, AD 的长为单位长, 射线 DA 为 x 轴的正半轴建立空间直角坐标系 $D-xyz$, 则 $A(1, 0, 0), B(0, \sqrt{3}, 0), C(-1, \sqrt{3}, 0), P(0, 0, 1)$, $\overrightarrow{AB} = (-1, \sqrt{3}, 0), \overrightarrow{PB} = (0, \sqrt{3}, -1), \overrightarrow{BC} = (-1, 0, 0)$, 设平面 PAB 的法向量为 $n = (x, y, z)$, 则 $\begin{cases} n \cdot \overrightarrow{AB} = 0, \\ n \cdot \overrightarrow{PB} = 0. \end{cases}$

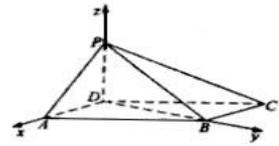
$$\text{即 } \begin{cases} -x + \sqrt{3}y = 0 \\ \sqrt{3}y - z = 0 \end{cases}, \text{ 因此可取 } n = (\sqrt{3}, 1, \sqrt{3}),$$

$$\text{设平面 } PBC \text{ 的法向量为 } m, \text{ 则 } \begin{cases} m \cdot \overrightarrow{PB} = 0 \\ m \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \end{cases},$$

$$\text{可取 } m = (0, -1, -\sqrt{3}),$$

$$\therefore \cos \langle m, n \rangle = \frac{-4}{2\sqrt{7}} = -\frac{2\sqrt{7}}{7},$$

$$\text{故二面角 } A-PB-C \text{ 的余弦值为 } -\frac{2\sqrt{7}}{7}.$$



25. (8分)

若抛物线过点 $N(1, -1)$, 其准线 l 的方程为 $x = -3$, 求抛物线的顶点 M 的轨迹方程.

【答案】

解: 设顶点 M 坐标为 (x, y) , 则抛物线的焦点坐标为 $(2x+3, y)$, 由抛物线的定义可得

$$\sqrt{(2x+3-1)^2 + (y+1)^2} = 4, \text{ 整理得, } (x+2)^2 + \frac{(y+1)^2}{4} = 4$$

26. (10分)

已知函数 $f(x) = kx - x \ln x + 1/e^*$, 在点 $(1, f(1))$ 处的切线为 $2x + my - 4 = 0 (k, m \in \mathbb{R})$.

(1) 求 k 的值

(2) 设 $g(x) = (x+1)f(x)$, 求证 $g(x) < 2$

【答案】

(I) 解: 函数 $f(x) = \frac{kx - x \ln x + 1}{e^x}$ ($k \in R$) 的导数为

$$f'(x) = \frac{(x-1)\ln x - kx + k - 2}{e^x},$$

在点 $(1, f(1))$ 处的切线斜率为 $f'(1) = \frac{-2}{e}$,

由切线方程 $2x + my - 4 = 0$, 可得 $-\frac{2}{m} = \frac{-2}{e}$,

计算得出 $m = e$, 有 $f(1) = \frac{k+1}{e}$,

又 $f(1) = \frac{2}{e}$, 即有 $k = 1$;

(II) 证明: 由(I)可得 $f(x) = \frac{x - x \ln x + 1}{e^x}$, 则

$$g(x) = \frac{x+1}{e^x} (x - x \ln x + 1),$$

令 $m(x) = e^x - (x+1)$, $x > 0$, $m'(x) = e^x - 1 > 0$

,

$m(x) > m(0) = 0$, 即有 $0 < \frac{x+1}{e^x} < 1$,

令 $n(x) = x - x \ln x + 1$, $n'(x) = -\ln x$,

令 $n'(x) > 0$ 可得 $0 < x < 1$, 令 $n'(x) < 0$ 可得

$x > 1$,

即有 $x = 1$ 处 $n(x) \leq n(1) = 2$,

则 $g(x) = \frac{x+1}{e^x} (x - x \ln x + 1) < x - x \ln x + 1 \leq 2$,

故 $g(x) < 2$ 成立.

华图教育
HUATU.COM

华图教育
HUATU.COM
SINCE 2001