2017年临武冬季教师招聘考试

数学学科知识模拟题--答案及解析

一、单项选择题

1．选 C。

【解析】∵全集 U={1，3，5，7，9}，A={1，7}，B={1，5，9}，

∴∁UA={3，5，9}，则 B∩（∁UA）={5，9}。

2．选 B。

【解析】可通过换底公式全部换成 10 为底的对数，即可对此对数式进行化简，$(\log_5 4)\cdot(\log_{16}25)=\frac{\lg 4}{\lg 5}\times\frac{\lg 25}{\lg 16}=\frac{2\lg 2}{\lg 5}\times\frac{2\lg 5}{4\lg 2}=1$

3．选 C。

【解析】函数 $y=\sin(\frac{\pi}{2}-2x)=\cos 2x$，显然函数是偶函数，函数的周期是 $T=\frac{2\pi}{2}=\pi$．

4．选 D。

【解析】a－2=0，即 a=2 时，－4＜0，恒成立；a－2≠0 时，$\begin{cases}a-2<0\\4(a-2)^2+16(a-2)<0\end{cases}$，解得－2＜a＜2，∴－2＜a≤2.

5．选 B。

【解析】根据题意，直线 $\sqrt{3}x-y+a=0$ 可以变形为 $y=\sqrt{3}x+a$，其斜率 $k=\sqrt{3}$，

6．选 B。

【解析】要使原函数有意义，则 $\begin{cases}2-x>0\\x\geqslant 0\end{cases}$，解得：0≤x＜2．所以原函数的定义域为[0，2)．

7．选 A。

【解析】圆 $x^2+y^2-2x-8y+13=0$ 的圆心坐标为：（1，4），故圆心到直线 ax+y－1=0 的距离 $d=\frac{|a+4-1|}{\sqrt{a^2+1}}=1$，解得：$a=-\frac{4}{3}$.

8．选 B。

【解析】∵等比数列$\{a_n\}$的公比为正数，且$a_3•a_9=\frac{1}{2}a_7^2$，

∴ $a_6^2=\frac{1}{2}a_7^2$，可得$\sqrt{2}a_6=a_7$，∴公比$q=\sqrt{2}$　又$a_2=1$，则$a_1=\frac{a_2}{q}=\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

9．选 A。

【解析】函数 $f(x)=\begin{cases}-\sqrt{x}, & x\geqslant 0\\ (x-\frac{1}{x})^4, & x<0\end{cases}$，则 $f(2)=-\sqrt{2}$

$f[f(2)]=f(-\sqrt{2})=(-\sqrt{2}+\frac{1}{\sqrt{2}})^4=(-\frac{1}{\sqrt{2}})^4=\frac{1}{4}$.

10．选 B。

【解析】∵盒中有 10 只螺丝钉

∴盒中随机地抽取 4 只的总数为：$C_{10}4=210$，

∵其中有 3 只是坏的，

∴所可能出现的事件有：恰有 1 只坏的，恰有 2 只坏的，恰有 3 只坏的，4 只全是好的，至多 2 只坏的取法数分别为：$C_31\times C_73=105$，$C_32C_72=63$，$C_74=35$，$C_74+C_31\times C_73+C_32\times C_72=203$

∴恰有 1 只坏的概率分别为：$\frac{105}{210}=\frac{1}{2}$，，恰有 2 只好的概率为$\frac{63}{210}=\frac{3}{10}$，，4 只全是好的概率为$\frac{35}{210}=\frac{1}{6}$，至多 2 只坏的概率为$\frac{203}{210}=\frac{29}{30}$；

故 A，C，D 不正确，B 正确

11．选 C。

【解析】A．若α⊥β，a⊥α，a⊄β，b⊄β，b⊥α，则 a∥b，故 A 错；

B．若 a⊥α，α∥β，则 a⊥β，又 b⊥β，则 a∥b，故 B 错；

C．若 b⊥β，α∥β，则 b⊥α，又 a⊂α，则 a⊥b，故 C 正确；

D．若α⊥β，b∥β，设α∩β=c，由线面平行的性质得，b∥c，若 a∥c，则 a∥b，故 D 错.

12．选 D。

【解析】∵ $z=\frac{a-2i}{1+i}=\frac{(a-2i)(1-i)}{(1+i)(1-i)}=\frac{(a-2)-(a+2)i}{2}$为纯虚数，

∴ $\begin{cases}a-2=0\\ a+2\neq 0\end{cases}$，解得：a=2，　∴$|1+ai|=|1+2i|=\sqrt{5}$.

13．选 B。

【解析】由 $0\leqslant x\leqslant\pi$，得 $-\frac{\pi}{3}\leqslant x-\frac{\pi}{3}\leqslant\frac{2\pi}{3}$，

所以当 $x-\frac{\pi}{3}=-\frac{\pi}{3}$时，函数 $y=2\sin(x-\frac{\pi}{3})$有最小值为$2\times\sin(-\frac{\pi}{3})=-\sqrt{3}$.

当 $x-\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{2}$时，函数 $y=2\sin(x-\frac{\pi}{3})$ 有最大值为$2\times\sin\frac{\pi}{2}=2$.

所以函数 $y=2\sin(x-\frac{\pi}{3})$（$0\leqslant x\leqslant\pi$）的最大值与最小值之和为 $2-\sqrt{3}$. 故选 B.

14. 选 B。

【解析】依题意，$T_4=C_n^3\cdot(-\frac{1}{2})^3\cdot x^{\frac{n-3}{2}-1}$

∵其展开式中第四项为常数项， $\therefore\frac{n-3}{2}-1=0$， $\therefore n=5$.

15. 选 A。

【解析】∵向量

$\overrightarrow{OG}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AG}=\frac{1}{3}(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AG})=\overrightarrow{OA}+\frac{1}{3}(\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OC}-\overrightarrow{OA})=\frac{1}{3}\overrightarrow{OA}+\frac{1}{3}\overrightarrow{OB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{OC}=$

$\frac{1}{3}\vec{a}+\frac{1}{3}\vec{b}+\frac{1}{3}\vec{c}$;

二、填空题

16. $\frac{2}{9}$

【解析】由题意可得：$m+2m=1$，所以 $m=\frac{1}{3}$，

所以 $E\xi=0\times\frac{1}{3}+1\times\frac{2}{3}=\frac{2}{3}$，所以 $D\xi=(0-\frac{2}{3})^2\times\frac{1}{3}+(1-\frac{2}{3})^2\times\frac{2}{3}=\frac{2}{9}$

17. 1

【解析】设 A、D 的坐标分别为(x_1, y_1)，(x_2, y_2)，依题意知焦点 F（0，1），

则设直线 AD 方程为：$y=kx+1$，联立$\begin{cases}y=kx+1\\x^2=4y\end{cases}$消去 x，得 $y^2-(2+4k^2)y+1=0$，

$\therefore y_1+y_2=2+4k^2$，$y_1\bullet y_2=1$

又根据抛物线定义得 $AF=y_1+\frac{p}{2}$，$FD=y_2+\frac{p}{2}$， $\therefore AF=y_1+1$，$FD=y_2+1$

$\overrightarrow{AB}\bullet\overrightarrow{CD}=|\overrightarrow{AB}|\bullet|\overrightarrow{CD}|=(AF-BF)(FD-CF)=(AF-1)(FD-1)=y_1\bullet y_2=1$.

18. $b=\sqrt{3}+1$

【解析】∵a，b，c 成等差数列 ∴2b=a+c①

又∵△ABC 的面积为$\frac{3}{2}$ ∴$\frac{1}{2}acsinB=\frac{3}{2}$② ∴ac=6

又∵$cosB=\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}=\frac{\sqrt{3}}{2}$③

∴由①②③知$\frac{(a+c)^2-2ac-b^2}{2ac}=\frac{3b^2-12}{12}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

∴ $b^2=4+2\sqrt{3}=(\sqrt{3}+1)^2$ 又∵b>0 ∴$b=\sqrt{3}+1$

19. 10

解：假设果园增种x棵橘子树，那么果园共有（x+100）棵橘子树，

∵每多种一棵树，平均每棵树就会少结5个橘子，

∴这时平均每棵树就会少结5x个橘子，

则平均每棵树结（600-5x）个橘子．

∵果园橘子的总产量为y，

∴则y=（x+100）（600-5x）

$=-5x^2+100x+60000$，

∴当$x=-\frac{b}{2a}=-\frac{100}{2\times(-5)}=10$（棵）时，橘子总个数最多．

故答案为：10．

三、简答题

20.解：（1）∵正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$，∴$B_1C_1 // BC$，

∴$\angle BCA_1$ 是异面直线 B_1C_1 与 A_1C 所成角，

在$\triangle BCA_1$ 中，BC=1，$A_1B=\sqrt{5}$ $A_1B=\sqrt{5}$，$A_1C=\sqrt{5}$，

∴$\cos\angle BCA_1=\frac{BC^2+CA_1^2-BA_1^2}{2BC\cdot CA_1}=\frac{\sqrt{5}}{10}$，

∴ $\angle BCA_1=\arccos\frac{\sqrt{5}}{10}$，

∴异面直线 B_1C_1 与 A_1C 所成角大小为 $\arccos\frac{\sqrt{5}}{10}$.

（2）∵正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$AB=1$，$BB_1=2$，

∴ $V_{ABC-A_1B_1C_1}=S_{\triangle ABC}\bullet AA_1=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

$V_{A_1-ABC}=\frac{1}{3}S_{\triangle ABC}\bullet AA_1=\frac{\sqrt{3}}{6}$，

∴四棱锥 $A_1-B_1BCC_1$ 的体积 $V=V_{ABC-A_1B_1C_1}-V_{A_1-ABC}=\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{\sqrt{3}}{6}=\frac{\sqrt{3}}{3}$.

21．解：（Ⅰ）∵$a_nb_{n+1}-b_{n+1}=nb_n$.

当 $n=1$ 时，$a_1b_2-b_2=b_1$.

∵ $b_1=1$，$b_2=\frac{1}{2}$，　∴$a_1=3$，

又∵$\{a_n\}$是公差为 2 的等差数列，　∴$a_n=2n+1$，

则（$2n+1$）$b_{n+1}-b_{n+1}=nb_n$.　化简，得　$2b_{n+1}=b_n$，即 $\frac{b_{n+1}}{b_n}=\frac{1}{2}$，

所以数列$\{b_n\}$是以 1 为首项，以 $\frac{1}{2}$ 为公比的等比数列，

所以 $b_n=\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$；

（Ⅱ）由（Ⅰ）知，$a_n=2n+1$，

所以 $c_n=\frac{1}{a_na_{n+1}}=\frac{1}{(2n+1)(2n+3)}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2n+1}-\frac{1}{2n+3}\right)$，

所以 $S_n=c_1+c_2+c_3+\ldots+c_n$

$=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\ldots+\frac{1}{2n+1}-\frac{1}{2n+3}\right)$

$=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{2n+3}\right)$

$=\frac{n}{6n+9}$.

22．解：(I) 证明：当 $x\in(-\infty,-2)$ 时，

$f(x)=-\frac{1}{x+2}+kx+b$

任取 $x1$，$x2\in(-\infty,-2)$，设 $x2>x1$.

$f(x_1)-f(x_2)=(-\frac{1}{x_1+2}+kx_1+b)-(-\frac{1}{x_2+2}+kx_2+b)$

$=(x_1-x_2)[\frac{1}{(x_1+2)(x_2+2)}+k]$.

由所设得 $x_1-x_2<0$，$\frac{1}{(x_1+2)(x_2+2)}>0$，又 $k>0$，

∴$f(x_1)-f(x_2)<0$，即 $f(x_1)<f(x_2)$.

∴$f(x)$ 在 $(-\infty,-2)$ 单调递增.

（II）函数 $f(x)$ 有三个不同零点，即方程 $\frac{1}{|x+2|}+kx+b=0$ 有三个不同的实根.

方程化为：$\begin{cases}x>-2\\kx^2+(b+2k)x+(2b+1)=0\end{cases}$ 与 $\begin{cases}x<-2\\kx^2+(b+2k)x+(2b-1)=0\end{cases}$.

记 $u(x)=kx^2+(b+2k)x+(2b+1)$，$v(x)=kx^2+(b+2k)x+(2b-1)$.

（1）当 $k>0$ 时，$u(x)$，$v(x)$ 开口均向上.

由 $v(-2)=-1<0$ 知 $v(x)$ 在 $(-\infty,-2)$ 有唯一零点.

为满足 $f(x)$ 有三个零点，$u(x)$ 在 $(-2,+\infty)$ 应有两个不同零点.

∴$\begin{cases}u(-2)>0\\(b+2k)^2-4k(2b+1)>0\\-\frac{b+2k}{2k}>-2\end{cases}$,

∴$b<2k-2\sqrt{k}$.

（2）当 $k<0$ 时，$u(x)$，$v(x)$ 开口均向下.

由 $u(-2)=1>0$ 知 $u(x)$ 在 $(-2,+\infty)$ 有唯一零点．为满足 $f(x)$ 有三个零点，$v(x)$ 在 $(-\infty,-2)$ 应有两个不同零点.

∴$\begin{cases}v(-2)<0\\(b+2k)^2-4k(2b-1)>0\\-\frac{b+2k}{2k}<-2\end{cases}$

∴$b<2k-2\sqrt{-k}$.

综合（1）（2）可得 $M_k=\{b|b<2k-2\sqrt{|k|}\}$.