2018年郴州市桂阳县教师招聘考试

数学学科笔试模拟题答案解析

一、单选题。

1.C

【解析】因为$z=\dfrac{1+2i}{1-i}=\dfrac{(1+2i)(1+i)}{(1-i)(1+i)}=\dfrac{-1+3i}{2}$，所以$\bar{z}=-\dfrac{1}{2}-\dfrac{3}{2}i$，所表示的点在第三象限.

2.A

【解析】$\left(\dfrac{1}{3}\right)^x<3\Rightarrow 3^{-x}<3\Rightarrow -x<1\Rightarrow x>-1$，$x>0$是$x>-1$的充分不必要条件，故选答案A。

3.D

解：由函数y=cos（ωx+φ）（ω＞0，0＜φ＜π）为奇函数，可得$\varphi=k\pi+\dfrac{\pi}{2}$，k∈z.

再结合0＜φ＜π，可得$\varphi=\dfrac{\pi}{2}$.

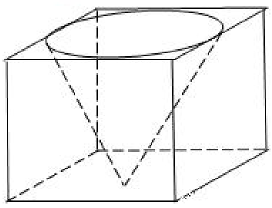
再根据$AB^2=8=4+(\dfrac{\pi}{\omega})^2$，求得$\omega=\dfrac{\pi}{2}$，∴函数$y=\cos(\dfrac{\pi}{2}x+\dfrac{\pi}{2})=-\sin\dfrac{\pi}{2}x$，故它的一条对称轴方程为$x=1$，选D。

4.D

【解析】2个人离开的方法种数为$9^2=81$，2个人在不同层离开的方法种数为$9\times8=72$，则两个人在不同层离开的概率为$\dfrac{72}{81}=\dfrac{8}{9}$

5.A

【解析】这个几何体是一个棱长为2的的立方体中挖去一个圆锥，这个圆锥的高为2，底面半径为1，如图所示，所以这个几何体的体积为$2^3-\dfrac{1}{3}\pi\times1^2\times2=8-\dfrac{2}{3}\pi$，选A.



.

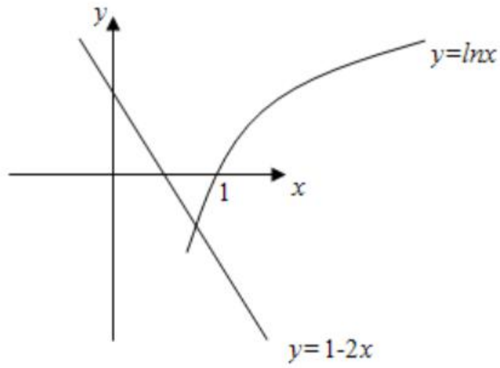
6. D

解：在同一坐标系内分别作出函数y=lnx与y=1-2x的图象，

易知两函数图象有且只有一个交点，

即函数y=lnx-1+2x只有一个零点．

故选D．



7.C

解：直线x-y+m=0与圆O：$x^2+y^2=1$相交于A，B两点，且△AOB为正三角形，

则：△AOB的边长为1，

则：圆心（0，0）到直线x-y+m=0的距离d=$\frac{|m|}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

解得：m=$\pm\frac{\sqrt{6}}{2}$．

8. A

【解析】当$k=2,3,\cdots 2011$时，$\because \frac{1}{k^3}<\frac{1}{k(k^2-1)}=\frac{1}{2}\left[\frac{1}{k(k-1)}-\frac{1}{k(k+1)}\right]$

$\therefore 1<1+\frac{1}{2^3}+\frac{1}{3^3}+\cdots+\frac{1}{2011^3}<1+\frac{1}{2}(\frac{1}{2}-\frac{1}{2011\times 2012})<\frac{5}{4}$ $\quad\therefore 4<4S<5$

故$4S$的整数部分等于4，故选A。

9. C

【解析】】连接DE，由题意知AF=2，FB=BE=1 $\therefore S_{\triangle ADE}=\frac{1}{2}AE\times DF=\frac{1}{2}\times 4\times 3=6$

$\because CE // DB \therefore S_{\triangle DBC}=S_{\triangle DBE}$ $\quad\therefore S$ 四边形$_{ABCD}$=$S_{\triangle ADE}=6$，故选C。

10. B

解：双曲线$\frac{x^2}{3}-y^2=1$的两个焦点坐标为F_1（-2，0），F_2（2，0）

设P的坐标为（x，y），则

∵△F_1PF_2的面积为2

$\therefore \frac{1}{2}\times 4\times|y|=2$

∴|y|=1，代入双曲线方程解得|x|=$\sqrt{6}$

$\therefore \overrightarrow{PF_1}\cdot\overrightarrow{PF_2}$=（-2-x，-y）•（2-x，-y）=$x^2-4+y^2=3$

故选B．

二、填空题。

11． 18。

【解析】由韦达定理得 $x_1+x_2=k-2\quad x_1\cdot x_2=k^2+3k+5$

$\therefore x_1{}^2+x_2=(x_1+x_2)^2-2x_1x_2=(k-2)^2-2(k^2+3k+5)=-k^2-10k-6=-(k+5)^2+19$

$\Delta=(k-2)^2-4(k^2+3k+5)=-3k^2-16k-16\ge 0\quad \therefore -4\le k\le -\frac{4}{3}$

$\therefore$ 函数在 $\left[-4,-\frac{4}{3}\right]$ 上单调递减　$\therefore k=-4$ 时 $x_1{}^2+x_2{}^2$ 取得最大值，代入函数得最大值为 18。

12． 96 种。

【解析】5 张参观券全部分给 4 人，分给同一人的 2 张参观券连号，方法数为：1 和 2，2 和 3，3 和 4，4 和 5，四种连号，其它号码各为一组，分给 4 人，共有 $4\times A_4^4=96$ 种。

13. $y=ex$

【解析】函数 $y=e^x$ 的导数是 $y'=e^x$，当 $x=1$ 时 $y=e$，即切点为 $(1,e)$，当 $x=1$ 时 $y'=e$，即切线的斜率为 e，所以所求切线的方程为 $y-e=e(x-1)$ 即 $y=ex$.

14. $\frac{1}{3}$

【解析】曲线 $y=x^2$，$y=\sqrt{x}$ 的交点为 $(1,1)$，所求封闭图形面积为 $S=\int_0^1(\sqrt{x}-x^2)dx=(\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}-\frac{1}{3}x^3)|_0^1=\frac{2}{3}-\frac{1}{3}=\frac{1}{3}$.

15. 1

【解析】利用关于 x 的不等式 $-\frac{1}{2}x^2+2x>mx$ 的解集是 $\{x\mid 0<x<2\}$，可得方程 $-\frac{1}{2}x^2+2x=mx$ 的两根为 0 和 2，直接代入可求得 m 的值.

解：关于 x 的不等式 $-\frac{1}{2}x^2+2x>mx$ 的解集为 $\{x\mid 0<x<2\}$，则方程 $-\frac{1}{2}x^2+2x=mx$ 的根为 0 和 2，把 $x=2$ 代入方程 $-\frac{1}{2}x^2+2x=mx$ 得：

$-\frac{1}{2}\cdot 2^2+2\times 2=2m$，解得 $m=1$。

三、解答题。

16.（1）$\frac{7}{9}$；（2）$\frac{3}{2}$

【解析】（1）解:记“从袋中任意摸出两个球，至少得到一个白球”为事件 A，

则 $P(A)=1-\frac{C_5^2}{C_{10}^2}=\frac{7}{9}$.

(2)随机变量 ξ 的取值为 0,1,2,3，

由于 $P(\xi=0)=\frac{C_5^3}{C_{10}^3}=\frac{1}{12}$　　$P(\xi=1)=\frac{C_5^1C_5^2}{C_{10}^3}=\frac{5}{12}$，

$P(\xi=2)=\frac{C_5^2C_5^1}{C_{10}^3}=\frac{5}{12}$，　　$P(\xi=3)=\frac{C_5^3}{C_{10}^3}=\frac{1}{12}$，

ξ 的分布列是

ξ	0	1	2	3
P	$\frac{1}{12}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{1}{12}$

ξ 的数学期望 $E(\xi)=\frac{1}{12}\times0+\frac{5}{12}\times1+\frac{5}{12}\times2+\frac{1}{12}\times3=\frac{3}{2}$.

17. 证明：（1）∵函数f（x）$=\frac{x-1}{x+1}$，

∴f′（x）$=\frac{2}{(x+1)^2}$，

当x∈（0，+∞）时，f′（x）>0恒成立，

故函数f（x）在（0，+∞）上是单调增函数；

（2）函数y=$\frac{g(x)}{x^3}=\frac{\frac{2^{2x}-1}{2^{2x}+1}}{x^3}$为偶函数．

理由如下：

当令h（x）$=\frac{g(x)}{x^3}=\frac{\frac{2^{2x}-1}{2^{2x}+1}}{x^3}$

则h（-x）$=\frac{\frac{2^{-2x}-1}{2^{-2x}+1}}{-x^3}=\frac{\frac{1-2^{2x}}{2^{2x}+1}}{-x^3}=\frac{\frac{2^{2x}-1}{2^{2x}+1}}{x^3}$=h（x），

故函数y=$\frac{g(x)}{x^3}=\frac{\frac{2^{2x}-1}{2^{2x}+1}}{x^3}$为偶函数．

（3）当x≥0时，g（x）=f（2^{2x}）=$\frac{2^{2x}-1}{2^{2x}+1}$=1-$\frac{2}{2^{2x}+1}$为增函数，

g（x）∈[0，1）

且g（-x）=-g（x），即g（x）为奇函数.

故g（x）∈（-1，1）

若方程g（x）-k+1=0有实数解，则k-1∈（-1，1）

即k∈（0，2）

18.（1）动圆的圆心 P 的轨迹 E 的方程为：$2x^2-y^2=1(x>0)$；（2）$y_N<-\frac{3}{2}$

【解析】(1)已知两圆的圆心、半径分别为 $C_1:(-\frac{\sqrt{6}}{2},0),r_1=\frac{5\sqrt{2}}{4};C_2:(\frac{\sqrt{6}}{2},0),r_2=\frac{\sqrt{2}}{4}$

设动圆 P 的半径为 r，由题意知：$|PC_1|=r+\frac{5\sqrt{2}}{4},|PC_2|=r+\frac{\sqrt{2}}{4}$，

则 $|PC_1|-|PC_2|=\sqrt{2}<|C_1C_2|=\sqrt{6}$，

所以点 P 在以 C_1,C_2 为焦点的双曲线的右支上，其中 $2a=\sqrt{2},2c=\sqrt{6}$，则 $b^2=1$

由此得 E 的方程为：

$2x^2-y^2=1(x>0)$

（2）将直线代入双曲线方程并整理得：$(k^2-2)x^2+2kx+2=0$

设 $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2),AB$ 的中点为 $M(x_0,y_0)$

依题意，直线 l 与双曲线右支交于不同两点，故

$$\begin{cases} k^2-2\neq 0 \\ \Delta=(2k)^2-8(k^2-2)>0 \\ x_1+x_2=-\frac{2k}{k^2-2}>\sqrt{2} \\ x_1x_2=\frac{2}{k^2-2}>0 \end{cases} \Rightarrow -2<k<-\sqrt{2}$$

且 $x_0=\frac{-k}{k^2-2},y_0=kx_0+1=\frac{-2}{k^2-2}$

则 AB 的中垂线方程为：$y+\frac{2}{k^2-2}=-\frac{1}{k}(x+\frac{k}{k^2-2})$

令 $x=0$ 得：$y_N=\frac{3}{2-k^2}$ $\because -2<k<-\sqrt{2}$ $\therefore y_N<-\frac{3}{2}$

19.（1）π，$\left[k\pi+\frac{\pi}{12},k\pi+\frac{7\pi}{12}\right]$ $(k\in Z)$；（2）$\frac{\sqrt{2}+1}{2}$

【解析】

（1）$f(x)=2\cos x\cdot\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)+\sin x\cdot\left(\cos x-\sqrt{3}\sin x\right)$

$=2\cos x\left(\frac{1}{2}\sin x+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos x\right)+\sin x\cdot\cos x-\sqrt{3}\sin^2 x$

$=\sin 2x+\sqrt{3}\cos 2x=2\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$

所以函数 $f(x)$ 的最小正周期为 $T=\frac{2\pi}{2}=\pi$，

由 $2k\pi+\frac{\pi}{2}\le 2x+\frac{\pi}{3}\le 2k\pi+\frac{3\pi}{2}$ 得 $k\pi+\frac{\pi}{12}\le x\le k\pi+\frac{7\pi}{12}$，

即单调递减区间为 $\left[k\pi+\frac{\pi}{12},k\pi+\frac{7\pi}{12}\right]$ $(k\in Z)$；

（2）由 $f(C)=2\sin\left(2C+\frac{\pi}{3}\right)=1$ 得 $\sin\left(2C+\frac{\pi}{3}\right)=\frac{1}{2}$，

由于 C 是 ΔABC 的内角，所以 $2C+\frac{\pi}{3}=\frac{5\pi}{6}$，故 $C=\frac{\pi}{4}$，

由余弦定理得 $2=a^2+b^2-2ab\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}\ge 2ab-\sqrt{2}ab$，

所以 $ab\le\frac{2}{2-\sqrt{2}}=2+\sqrt{2}$ （当且仅当 $a=b=\sqrt{2+\sqrt{2}}$ 时取等号）

所以 ΔABC 面积的最大值为,

$S=\frac{1}{2}ab\cdot\sin C=\frac{1}{2}\times\left(2+\sqrt{2}\right)\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{2}+1}{2}$.

20.(1) $x-y+1=0$；（2）$(1,+\infty)$；（3）$a=e^2$.

【解析】（1）由已知得 $f(x)$ 的定义域为 $(0,+\infty)$，

因为 $f(x)=ax-\ln x$，所以 $f'(x)=a-\frac{1}{x}$ 当 $a=2$ 时，$f(x)=2x-\ln x$，所以 $f(1)=2$，

因为 $f'(x)=2-\frac{1}{x}$，所以 $f'(1)=2-\frac{1}{1}=1$

所以曲线 $f(x)$ 在点 $(1,f(1))$ 处的切线方程为

$y-2=f'(1)(x-1)$ 即 $x-y+1=0$.

（2）因为 $f(x)$在$x=1$ 处有极值，所以 $f'(1)=0$，

由（1）知 $f'(1)=a-1$,所以 $a=1$；经检验，$a=1$ 时 $f(x)$ 在 $x=1$ 处有极值.

所以 $f(x)=x-\ln x$ 令 $f'(x)=1-\frac{1}{x}>0$ 解得 $x>1$或$x<0$；

因为 $f(x)$ 的定义域为 $(0,+\infty)$，所以 $f'(x)>0$ 的解集为 $(1,+\infty)$，

即 $f(x)$ 的单调递增区间为 $(1,+\infty)$.

（3）假设存在实数 a，使 $f(x)=ax-\ln x(x\in(0,e])$ 有最小值 3，

①当 $a\le 0$ 时，因为 $x\in(0,e]$,所以$f'(x)<0$，所以 $f(x)$ 在 $(0,e]$ 上单调递减，

$f(x)_{min}=f(e)=ae-1=3$，解得 $a=\frac{4}{e}$（舍去）

②当 $0<\frac{1}{a}<e$时,$f(x)$在$(0,\frac{1}{a})$ 上单调递减，在 $(\frac{1}{a},e]$ 上单调递增，

$f(x)_{min}=f(\frac{1}{a})=1+\ln a=3$,解得$a=e^2$，满足条件.

③当 $\frac{1}{a}\ge e$时,因为$x\in(0,e]$,所以$f'(x)<0$，

所以 $f(x)$在$(0,e]$上单调递减，$f(x)_{min}=f(e)=ae-1=3$，解得 $a=\frac{4}{e}$，舍去.

综上，存在实数 $a=e^2$，使得当 $x\in(0,e]$时,$f(x)$ 有最小值 3.