

2018 年浙江省教师招聘考试数学学科必背考点

第一部分 数与代数

复数的运算:

$$(1) \text{ 加法: } (a+bi)+(c+di)=(a+c)+(b+d)i;$$

$$(2) \text{ 减法: } (a+bi)-(c+di)=(a-c)+(b-d)i;$$

$$(3) \text{ 乘法: } (a+bi)(c+di)=(ac-bd)+(bc+ad)i;$$

$$(4) \text{ 乘方: } z^m \cdot z^n = z^{m+n}, (z^m)^n = z^{mn}, (z_1 \cdot z_2)^n = z_1^n \cdot z_2^n;$$

$$(5) \text{ 除法: } \frac{a+bi}{c+di} = \frac{ac+bd}{c^2+d^2} + \frac{bc-ad}{c^2+d^2}i.$$

整式公式:

$$(1) (x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab; (2) (a+b)(a-b)=a^2-b^2;$$

$$(3) (a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2; (4) (a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca;$$

$$(5) (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2) = a^3 \pm b^3; (6) (a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3;$$

根式公式:

$$(1) \sqrt{a^2} = |a| = \begin{cases} a, a \geq 0 \\ -a, a < 0 \end{cases}; (2) (\sqrt{a})^2 = a (a \geq 0);$$

$$(3) \sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} (a, b \geq 0); (4) \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} (a \geq 0, b > 0).$$

基本不等式:

$$(1) \text{ 对称性: } a > b \Leftrightarrow b < a; (2) \text{ 传递性: } a > b, b > c \Rightarrow a > c;$$

$$(3) \text{ 加法法则: } ① a > b \Rightarrow a+c > b+c, ② a > b, c > d \Rightarrow a+c > b+d;$$

$$(4) \text{ 乘法法则: } a > b, c > 0 \Rightarrow ac > bc, a > b, c < 0 \Rightarrow ac < bc,$$

$$a > b > 0, c > d > 0 \Rightarrow ac > bd;$$

$$(5) \text{ 乘方法则: } a > b > 0 \Rightarrow a^n > b^n (n \in N, n \geq 2);$$

$$(6) \text{ 开方法则: } a > b > 0 \Rightarrow \sqrt[n]{a} > \sqrt[n]{b} (n \in N, n \geq 2);$$

$$(7) \text{ 除法法则: } a > b, c > 0 \Rightarrow a \div c > b \div c, a > b, c < 0 \Rightarrow a \div c < b \div c,$$

$$a > b > 0, c > d > 0 \Rightarrow \frac{a}{d} > \frac{b}{c} > 0;$$

(8) 倒数法则: $a > b, ab > 0 \Rightarrow \frac{1}{a} < \frac{1}{b}$;

重要不等式:

(1) 如果 $a, b \in R$, 则 $a^2 + b^2 \geq 2ab$, 当且仅当 $a = b$ 时, “=” 成立;

(2) 如果 $a, b > 0$, 则 $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$, 当且仅当 $a = b$ 时, “=” 成立;

(3) 如果 $a, b > 0$, 则 $\frac{2}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} \leq \sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2} \leq \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{2}}$, 当且仅当 $a = b$ 时, “=” 成立;

立;

指数公式:

(1) $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$ ($a > 0, m, n \in N^+, n > 1$),

(2) $a^{-\frac{m}{n}} = \frac{1}{a^{\frac{m}{n}}}$ ($a > 0, m, n \in N^+, n > 1$),

(3) $a^r a^s = a^{r+s}$ ($a > 0, r, s \in R$), (4) $(a^r)^s = a^{rs}$ ($a > 0, r, s \in R$),

(5) $(ab)^r = a^r b^r$ ($a, b > 0, r \in R$).

对数公式: 设 $a > 0$, 且 $a \neq 1, M, N > 0$,

(1) $\log_a (M \cdot N) = \log_a M + \log_a N$, (3) $\log_{a^n} M^m = \frac{m}{n} \log_a M$ ($m \in R, n \neq 0$),

(2) $\log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$, (4) $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$ ($c > 0$, 且 $c \neq 1, b > 0$).

和差倍角公式:

① $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$, ② $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$,

③ $\tan(\alpha \pm \beta) = \frac{\tan \alpha \pm \tan \beta}{1 \mp \tan \alpha \cdot \tan \beta}$ ④ $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$; ⑤ $\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}$

⑥ $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 = 1 - 2 \sin^2 \alpha$;

常见数列求和公式:

(1) 数列 $\{n\}$: $S_n = 1 + 2 + 3 + \cdots + n = \frac{1}{2} n(n+1)$ 。

(2) 数列 $\{n^2\}$: $S_n = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + n^2 = \frac{1}{6} n(n+1)(2n+1)$ 。

(3) 数列 $\{n^3\}$: $S_n = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \cdots + n^3 = \frac{1}{2^2} n^2(n+1)^2$ 。

常见的裂项技巧:

$$(1) \frac{1}{n(n+k)} = \frac{1}{k} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+k} \right);$$

$$(2) \frac{1}{n(n+1)(n+2)} = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{n(n+1)} - \frac{1}{(n+1)(n+2)} \right];$$

$$(3) \frac{1}{\sqrt{n+k} + \sqrt{n}} = \frac{1}{k} (\sqrt{n+k} - \sqrt{n}).$$

第二部分 统计与概率

排列与组合：从 n 个相异元素里，取出不重复使用的 k 个元素，

①不同的组合数： $C_n^r = \frac{n!}{(n-r)!r!} (r, n \in N, r \leq n);$

②不同的排列数： $A_n^r = n(n-1)\cdots(n-r+1) = \frac{n!}{(n-r)!} (r, n \in N, r \leq n)。$

二项式定理： $(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b^1 + \cdots + C_n^r a^{n-r} b^r + \cdots + C_n^n b^n (n \in N^*)$

第 $r+1$ 项： $T_{r+1} = C_n^r a^{n-r} b^r (r=0,1,\cdots,n)$ ，其中 C_n^r 为第 $r+1$ 项的二项式系数。

离散型随机变量 ξ

(1) 分布列：

ξ	x_1	x_2	$\cdots$	x_n	$\cdots$
P	p_1	p_2	$\cdots$	p_n	$\cdots$

(2) 性质：① $0 \leq p_i \leq 1, i=1,2,\cdots$ ；② $p_1 + p_2 + \cdots = 1。$

(3) 期望： $E(\xi) = p_1 x_1 + p_2 x_2 + \cdots + p_n x_n + \cdots$ ，

注意： $E(a\xi + b) = aE(\xi) + b$ (其中 a 、 b 是常数)。

(4) 方差： $D(\xi) = p_1 (x_1 - E(\xi))^2 + p_2 (x_2 - E(\xi))^2 + \cdots + p_n (x_n - E(\xi))^2 + \cdots$ ，

注意： $D(a\xi + b) = a^2 D(\xi)$ (其中 a 、 b 是常数)。

(5) 期望与方差的关系： $D(\xi) = E(\xi^2) - [E(\xi)]^2。$

第三部分 图形与几何

平面向量:

(1) 向量的坐标: 若 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $\overrightarrow{AB} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1)$ 。

(2) 线性运算: 若 $\vec{a} = (x_1, y_1)$, $\vec{b} = (x_2, y_2)$,

$$\vec{a} + \vec{b} = (x_1 + x_2, y_1 + y_2), \quad \vec{a} - \vec{b} = (x_1 - x_2, y_1 - y_2), \quad \lambda \vec{a} = (\lambda x_1, \lambda y_1)。$$

(3) 数量积运算: 若 $\vec{a} = (x_1, y_1)$, $\vec{b} = (x_2, y_2)$, $\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1 x_2 + y_1 y_2$ 。

(4) 两点间的距离: 若 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

(5) $\vec{a} // \vec{b} (\vec{b} \neq \vec{0})$ 的充要条件是 (平面) $x_1 y_2 - x_2 y_1 = 0$; (空间) $\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2} = \frac{z_1}{z_2}$ 。

(6) $\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$; (7) 向量 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角 $\cos \theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|}$;

直线与椭圆相切: 点 $P_0(x_0, y_0)$ 在椭圆上, 切线方程为: $\frac{x_0 x}{a^2} + \frac{y_0 y}{b^2} = 1$;

直线与双曲线相切: 点 $P_0(x_0, y_0)$ 在双曲线上, 切线方程为: $\frac{x_0 x}{a^2} - \frac{y_0 y}{b^2} = 1$;

第四部分 高等数学

常用函数极限:

$$(1) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{a_0 x^m + a_1 x^{m-1} + \cdots + a_m}{b_0 x^n + b_1 x^{n-1} + \cdots + b_n} = \begin{cases} \frac{a_0}{b_0}, & \text{当 } n = m \\ 0, & \text{当 } n > m \\ \infty, & \text{当 } n < m \end{cases}。$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} = 0; (3) \lim_{x \rightarrow \infty} a^x = 0 (|a| < 1); (4) \lim_{x \rightarrow x_0} x = x_0, \quad \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{1}{x} = \frac{1}{x_0}。$$

两个重要的极限:

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1; (2) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e, \quad \lim_{v \rightarrow 0} (1 + v)^{\frac{1}{v}} = e。$$

常见的等价无穷小量:

$$\sin x \sim x; \quad \tan x \sim x; \quad \arcsin x \sim x; \quad \arctan x \sim x; \quad e^x - 1 \sim x; \quad \ln(1+x) \sim x;$$

$$(1+x)^2 - 1 \sim x; \quad 1 - \cos x \sim \frac{x^2}{2}; \quad a^x - 1 \sim x \ln a.$$

求导公式:

$$(\sin x)' = \cos x, \quad \cos x = -\sin x, \quad (\tan x)' = \sec^2 x, \quad (\cot x)' = -\csc^2 x,$$

$$(\sec x)' = \tan x \sec x, \quad (\csc x)' = -\cot x \csc x; \quad (\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}},$$

$$(\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}, \quad (\arctan x)' = \frac{1}{1+x^2}, \quad (\operatorname{arccot} x)' = -\frac{1}{1+x^2}.$$

不定积分公式 (C 为任意常数):

$$\textcircled{1} \int k dx = kx + C (k \text{ 为常数}); \quad \textcircled{2} \int x^\mu dx = \frac{x^{\mu+1}}{\mu+1} + C (\mu \neq -1);$$

$$\textcircled{3} \int \frac{dx}{x} = \ln|x| + C; \quad \textcircled{4} \int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C, \quad \text{特别的: } \int e^x dx = e^x + C;$$

$$\textcircled{5} \int \sin x dx = -\cos x + C, \quad \int \cos x dx = \sin x + C;$$

$$\textcircled{6} \int \sec^2 x dx = \int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C, \quad \int \csc^2 x dx = \int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + C;$$

$$\textcircled{7} \int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \arcsin x + C; \quad \textcircled{8} \int \frac{1}{1+x^2} dx = \arctan x + C.$$

定积分的性质:

(1) 运算性质:

$$\textcircled{1} \int_a^b [f(x) \pm g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx \pm \int_a^b g(x) dx; \quad \textcircled{2} \int_a^b k f(x) dx = k \int_a^b f(x) dx;$$

$$\textcircled{3} \int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx; \quad \textcircled{4} \int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx.$$

第五部分 新课程标准

课标核心理念: 人人都能获得良好的数学教育, 不同的人在数学上得到不同的发展。

评价目的: 全面了解学生数学学习的过程和结果, 激励学生学习和改进教师教学。

评价体系: 评价目标多元化、评价方式多样化。

评价目标: 关注学生学习的结果, 也要重视学习的过程; 既要关注学生数学学习的水平, 也要重视学生在数学活动中所表现出来的情感与态度, 帮助学生认识自我、建立信心。

根据学生发展的**生理和心理**特征，将九年的学习时间划分为三个学段：第一学段（1~3 年级）第二学段（4~6 年级）第三学段（7~9 年级）分为总目标和学段目标，从知识技能、数学思考、问题解决、情感态度等四个方面加以阐述。在各学段中，安排了四个部分的课程内容：“数与代数”“图形与几何”“统计与概率”“综合与实践”。综合与实践目的在于培养学生综合运用有关的知识与方法解决实际问题，培养学生的问题意识、应用意识和创新意识，积累学生的活动经验，提高学生**解决现实问题**的能力。十大核心概念：**数感、符号意识、空间观念、几何直观、数据分析观念、运算能力、推理能力和模型思想，应用意识和创新意识**。推理是数学的基本思维方式，一般包括合情推理和演绎推理。合情推理是从已有的事实出发，凭借经验和直觉，通过归纳和类比等推断某些结果；演绎推理是从已有的事实（包括定义、公理、定理等）和确定的规则（包括运算的定义、法则、顺序等）出发，按照逻辑推理的法则证明和计算。合情推理用于探索思路，发现结论；演绎推理用于证明结论。学生自己发现和提出问题是创新的基础；独立思考、学会思考是创新的核心；归纳概括得到猜想和规律，并加以验证，是创新的重要方法。四基：基础知识、基本技能、基本思想、基本活动经验。