

# 2018 河南省教师招聘考试学科冲刺试卷

## 数学参考答案与解析

### 2018 河南省教师招聘考试学科冲刺试卷（一）

#### 一、单项选择题

1. B【图图解析】①，④正确。对于②，0 的绝对值的相反数还是 0，不是负数；对于③，数轴上原点两侧且到原点的距离相等的数互为相反数。
2. B【图图解析】根据不等式的性质可得，不等式两端同时加上或减去一个数，不等号方向不变；不等式两端同时乘以一个正数，不等号方向不变；同时乘以一个负数，不等号方向改变。B 选项应该是小于。
3. B【图图解析】顺流航行速度=船速+水速，逆流航行速度=船速-水速。
4. A【图图解析】B 的解为 0；C 的解为 2；D 的解为  $-\frac{1}{2}$ 。
5. B【图图解析】由偶次根式被开方数的性质以及分母的取值范围可得  $a < 0$ ，即  $-a > 0$ ，由此可得代数式整体大于 0，又有被开方数大于等于 0 的性质可得答案为 B。
6. D【图图解析】根据菱形的判定可得 D 正确；矩形的对角线相等且互相平分；顺次连接平行四边形各边中点所得到的四边形是平行四边形；等腰梯形的对角线相等。
7. A【图图解析】  
过 O 作  $OC \perp AB$  交线段 AB 于点 C

$$\text{则 } S_{\triangle OAB} = \frac{1}{2} |AB| |OC|, |OA|^2 = |AC|^2 + |OC|^2$$

从而可得 $\triangle OAB$ 是正三角形, 所以 $\angle O = 60^\circ$

$$\therefore \text{弧 } AB \text{ 的长度 } l = \frac{n}{180} \pi R = \frac{60}{180} \pi |OA| = \frac{\pi}{3}.$$

8. D【图图解析】根据平行四边形可得对角相等, 由题意得 $\angle A = \angle C = 120^\circ$ , 所以D错误。

9. D【图图解析】根据反比例函数图象及性质可得答案选D。

10. D【图图解析】第一种情况: 等式左边=0时, 此方程无解。此时 $m = -1.5$ 。第二种情况: 把分式方程转化为整式方程, 得 $(2m+1)x = -3$ , 若 $2m+1=0$ , 则方程无解, 此时 $m = -0.5$ 。

11. D【图图解析】 $\because \triangle ABP \cong \triangle CDP, \therefore AB = CD, AP = DP, BP = CP$

又 $\because \triangle ABP$ 与 $\triangle CDP$ 是两个等边三角形,  $\therefore \angle PAB = \angle PBA = \angle APB = 60^\circ$ 。

①根据题意,  $\angle BPC = 360^\circ - 60^\circ \times 2 - 90^\circ = 150^\circ$

$\because BP = CP, \therefore \angle PBC = (180^\circ - 150^\circ) \div 2 = 15^\circ$ , 故正确;

② $\because \angle ABC = 60^\circ + 15^\circ = 75^\circ, \therefore AP = DP, \therefore \angle DAP = 45^\circ$ ,

$\therefore \angle BAP = 60^\circ, \therefore \angle BAD = \angle BAP + \angle DAP = 60^\circ + 45^\circ = 105^\circ$ ,

$\therefore \angle BAD + \angle ABC = 105^\circ + 75^\circ = 180^\circ, \therefore AD \parallel BC$  故正确;

③延长CP交于AB于点O

$\angle APO = 180 - (\angle APD + \angle CPD) = 180^\circ - (90^\circ + 60^\circ) = 30^\circ$

$\because \angle PAB = 60^\circ, \therefore \angle AOP = 30^\circ + 60^\circ = 90^\circ$  故正确;

④根据题意可得四边形ABCD是轴对称图形, 故正确; 故选D

12. C【图图解析】根据题意得一元二次方程判别式 $\Delta = b^2 - 4ac > 0$ , 方程有两个不相等的实根。计算可得 $a > 2$ 。

13. A【图图解析】平移得到图象F的解析式为

$$y = \sin\left(x - \theta - \frac{\pi}{3}\right),$$

$$\text{对称轴方程 } x - \theta - \frac{\pi}{3} = k\pi + \frac{\pi}{2} (k \in Z),$$

$$\text{把 } x = \frac{\pi}{4} \text{ 代入得 } \theta = -\frac{7\pi}{12} - k\pi = (-k-1)\pi + \frac{5\pi}{12} (k \in Z),$$

$$\text{令 } k = -1, \theta = \frac{5\pi}{12}$$

14. B 【图图解析】

$\because k = 2 > 0, \therefore$  函数为减函数

又  $\because x_1 > 0 > x_2, \therefore$  A, B 两点不在同一象限内,

$\therefore y_2 < 0 < y_1$

15. A 【图图解析】 图为两个圆柱组成, 故用两个长方形旋转可得。

16. D 【图图解析】

设  $OO'$  与  $AB$  交于点  $C$ , 由题意得,  $OO' \perp AB$

$\because O'B = O'A = 4, \therefore \triangle OO'A$  为直角三角形

$\therefore OA \cdot O'A = OO' \cdot AC, \therefore AC = 2.4$

$\therefore AB = 2AC = 4.8$

17. A 【图图解析】 概率表示的只是一种可能性, 并不表示买 1000 张彩票一定会中奖, 所以错误。

18. D 【图图解析】 由题意得  $BE = CF = AG = 2 - x$ , 故  $\triangle AEG \cong \triangle BEF \cong \triangle CFG$ ;

在  $\triangle AEG$  中,  $AE = x, AG = 2 - x$

则  $S_{\triangle AEG} = \frac{1}{2} AE \cdot AG \sin A = \frac{\sqrt{3}}{4} x(2 - x)$ ;

故  $y = S_{\triangle ABC} - 3S_{\triangle AEG} = \sqrt{3} - 3 \times \frac{\sqrt{3}}{4} x(2 - x) = \frac{\sqrt{3}}{4} (3x^2 - 6x + 4)$

故可得其大致图象应是抛物线, 且开口向上。

19. B 【图图解析】 连接  $CF$ ;

$\because \triangle ABC$  是等腰直角三角形,  $\therefore \angle FCB = \angle A = 45^\circ, CF = AF = FB$ ;

$\because AD = CE, \therefore \triangle ADF \cong \triangle CEF (SAS)$ ;

$\therefore EF = DF, \angle CFE = \angle AFD$ ;

$\because \angle AFD + \angle CFD = 90^\circ, \therefore \angle CFE + \angle CFD = \angle EFD = 90^\circ$ ,

$\therefore \triangle EDF$  是等腰直角三角形 (①正确)

当  $D, E$  分别为  $AC, BC$  中点时, 四边形  $CDFE$  是正方形 (②错误)

$\because \triangle ADF \cong \triangle CEF, \therefore S_{\triangle CEF} = S_{\triangle ADF}, \therefore S_{\text{四边形}CEFD} = S_{\triangle AFC}$  (④正确)

由于  $\triangle EDF$  是等腰直角三角形, 因此当  $DE$  最小时,  $DF$  也最小

即当DF ⊥ AC时,DE 最小, 此时  $DF = \frac{1}{2}BC = 4 \therefore DE = 4\sqrt{2}$  (③错误)

当△CDE 面积最大时, 由④知, 此时△EDF 的面积最小。

此时  $S_{\triangle CDE} = S_{\text{四边形CEFD}} - S_{\triangle DEF} = S_{\triangle AFC} - S_{\triangle DEF} = 16 - 8 = 8$  (⑤正确), 所以选 B。

20. C 【图图解析】连接 CM

$\therefore M$  是  $AB$  的中点,  $\therefore S_{\triangle ACM} = S_{\triangle BCM} = \frac{1}{2}S_{\triangle ABC}$ ,

开始时:  $S_{\triangle MPQ} = S_{\triangle ACM} = \frac{1}{2}S_{\triangle ABC}$ ;

由于  $P, Q$  两点同时出发, 并同时到达终点, 从而点  $P$  到达  $AC$  的中点时, 点  $Q$  也到达  $BC$  的中点,

此时,  $S_{\triangle MPQ} = \frac{1}{4}S_{\triangle ABC}$ ;

结束时:  $S_{\triangle MPQ} = S_{\triangle BCM} = \frac{1}{2}S_{\triangle ABC}$ ;

$\therefore \triangle MPQ$  的面积变化情况是: 先减小后增大。

## 二、填空题

21. -1 【图图解析】由题意可得

$$\begin{cases} m^2 - 4 \neq 0 \\ m^2 - 2 \neq 0 \\ 1 - m = -(m^2 - 3) \end{cases} \Rightarrow m = -1$$

22.  $c > 4$  【图图解析】要使分式恒有意义, 则分母不等于 0, 则由题意得  $b^2 - 4ac = 16 - 4c < 0$ ,

可得  $c > 4$ 。

23. 1 【图图解析】由题意得,

$$a + b = 4ab, \text{ 则 } \frac{a - 3ab + b}{2a + 2b - 7ab} = \frac{a + b - 3ab}{2(a + b) - 7ab} = \frac{4ab - 3ab}{8ab - 7ab} = 1$$

24.  $-1 < a < -\frac{3}{4}$  【图图解析】方程组化简可得  $x^2 - x + a + 1 = 0$ , 因为  $x_1, x_2$  是两个不相等

$$\text{的正数, 所以可得 } \begin{cases} \Delta = 1 - 4(a + 1) > 0 \\ x_1 + x_2 = 1 > 0 \\ x_1 \cdot x_2 = a + 1 > 0 \end{cases} \Rightarrow -1 < a < -\frac{3}{4}$$

25. 18 【图图解析】 $\therefore$  在四边形  $ABCD$  中,  $P$  是对角线  $BD$  的中点,  $E, F$  分别是  $AB, CD$  的

中点,  $\therefore FP, PE$  分别是  $\triangle CDB$  与  $\triangle DAB$  的中位线.  $\therefore PF = \frac{1}{2}BC, PE = \frac{1}{2}AD$

$\therefore AD = BC, \therefore PF = PE$

故  $\triangle EPF$  是等腰三角形。

$\because \angle PEF = 18^\circ, \therefore \angle PEF = \angle PFE = 18^\circ$

### 三、综合题

26.  $x_1 = 1, x_2 = 1 + \sqrt{7}, x_3 = 1 - \sqrt{7}$

#### 【图图解析】

$$((x^2 - 2x) + 2)((x^2 - 2x) - 7) + 8 = 0$$

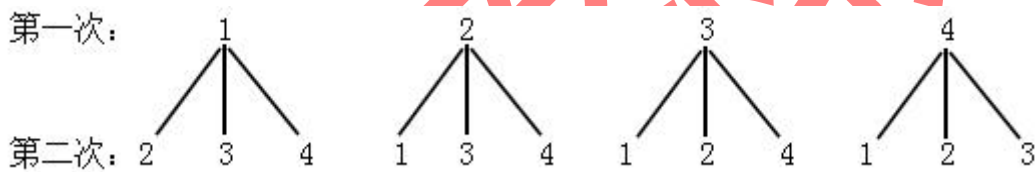
展开可得： $(x^2 - 2x)^2 - 5(x^2 - 2x) - 6 = 0$

令  $y = x^2 - 2x$ , 则原式变为： $y^2 - 5y - 6 = 0$

解得： $y_1 = 6, y_2 = -1$ . 则  $x^2 - 2x = 6$  或  $x^2 - 2x = -1$

则  $x_1 = 1, x_2 = 1 + \sqrt{7}, x_3 = 1 - \sqrt{7}$

27. (1)



(2)  $\frac{1}{6}$

#### 【图图解析】

(1)所有可能的情况如下：

(1,2), (1,3), (1,4),

(2,1), (2,3), (2,4),

(3,1), (3,2), (3,4),

(4,1), (4,2), (4,3)

(2)由(1)得，所有可能的积的情况共12种，要使积为奇数，则抽的两个数都要是奇数，共2种情况，

$$\text{则 } P_{(\text{积为奇数})} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$

28. (1) 证明看解析。(2)  $BC = 2\sqrt{3}$

#### 【图图解析】

(1)证明:∵圆O是以AB为直径的圆,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,

∴点C在圆O上, 连接OC, 可得 $\angle OCA = \angle OAC = \angle DAC$ , ∴  $OC \parallel AD$ ,

又∵  $AD \perp DC$ , ∴  $DC \perp OC$ , ∵ OC为半径, ∴ DC是圆O的切线

(2)∵ DC是圆O的切线, ∴  $EC^2 = EB \cdot EA$  (切割线定理)

又∵  $EB = 6, EC = 6\sqrt{2}$ , ∴  $EA = 12$

∵  $\angle ECB = \angle EAC, \angle CEB = \angle AEC$ , ∴  $\triangle ECB \sim \triangle EAC$

$$\therefore \frac{BC}{AC} = \frac{EC}{EA} = \frac{\sqrt{2}}{2}, AC = \sqrt{2} BC,$$

∵  $AC^2 + BC^2 = AB^2 = 36$ , ∴  $BC = 2\sqrt{3}$

29. (1)  $m = 0.42$  (2)  $a = 6$

**【图图解析】**

(1)光明电厂生产1度电所用的大同煤为 $m$ 千克, 而标准煤用量为0.36千克。

由题意得:  $0.36 \times 7000 = m \times 6000$ , 解得  $m = 0.42$

答: 光明电厂生产1度电所用的大同煤为0.42千克。

(2)设1吨含热量为5000大卡/千克的混合煤中含 $p$ 吨大同煤和 $q$ 吨煤矸石,

$$\text{则: } \begin{cases} p + q = 1 \\ 6000p + 1000q = 5000 \end{cases}, \text{解得: } \begin{cases} p = 0.8 \\ q = 0.2 \end{cases}$$

故购买1吨混合煤费用为  $0.8 \times 600 + 0.2 \times 150 = 510$ (元)。

其他费用为  $0.8a^2 + 0.2a$ 元。

设光明电厂生产1度电用的混合煤为 $h$ 千克,

$$\text{则: } \frac{0.36}{h} = \frac{5000}{7000}, \text{解得: } h = 0.504 \text{ (千克)}.$$

生产1千度电用的大同煤:  $1000 \times 0.42 = 420$ (千克) = 0.42(吨),

生产1千度电用的混合煤:  $1000 \times 0.504 = 504$ (千克) = 0.504(吨),

由题意可知数量关系:

$5.04 = \text{平均每燃烧1吨混合煤发电的生产成本} \times \text{生产1千度电所}$

$\text{用混合煤} - \text{平均每燃烧1吨大同煤发电的生产成本} \times \text{生产1千度电所用大同煤}$

$$\text{即:}(510 + 0.8a^2 + 0.2a) \times 0.504 - (600 + a^2) \times 0.42 = 5.04$$

化简并整理,得 $0.1008a - 0.0168a^2 = 0$ ,

解得: $a_1 = 6, a_2 = 0$ (不合题意,应舍去)

所以表中 $a$ 的值为6。

$$30. (1)y = x^2 - 6x + 8; \quad (2)y = 3x - 10$$

**【图图解析】** (1)由题意得:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 = 0 & \text{①} \\ x_1 + x_2 = m - 4 & \text{②} \\ x_1 x_2 = -2m - 4 & \text{③} \end{cases}$$

$$\Delta = (m - 4)^2 + 4(2m + 4) = m^2 + 32 > 0$$

由①②得: $x_1 = 2m - 8, x_2 = -m + 4$ ,

将 $x_1, x_2$ 代入③得: $(2m - 8)(-m + 4) = -2m - 4$ ,

整理得: $m^2 - 9m + 14 = 0, \therefore m_1 = 2, m_2 = 7$

$\because x_1 < x_2, \therefore 2m - 8 < -m + 4, \therefore m < 4$ , 即 $m = 2$

$\therefore x_1 = -4, x_2 = 2$ , 点C的纵坐标为: $2m + 4 = 8$

$\therefore A, B, C$ 三点的坐标分别为 $A(-4, 0), B(2, 0), C(0, 8)$

又 $\because$ 点A与点D关于y轴对称, $\therefore D(4, 0)$

设经过C, B, D的抛物线的解析式为: $y = a(x - 2)(x - 4)$

将 $C(0, 8)$ 代入上式得: $8 = a(0 - 2)(0 - 4), \therefore a = 1$ ,

$\therefore$  所求抛物线的解析式为: $y = x^2 - 6x + 8$

(2) $\because y = x^2 - 6x + 8 = (x - 3)^2 - 1, \therefore$  顶点 $P(3, -1)$

设点H的坐标为 $H(x_0, y_0)$

$\because \triangle BCD$ 与 $\triangle HBD$ 的面积相等, $\therefore |y_0| = 8$

$\because$  点H只能在x轴的上方,故 $y_0 = 8$

将 $y_0 = 8$ 代入 $y = x^2 - 6x + 8$ 中得： $x_0 = 6$ 或 $x_0 = 0$ (舍去)

$\therefore H(6, 8)$

设直线PH的解析式为： $y = kx + b$ 得：

$$\begin{cases} 3k + b = -1 \\ 6k + b = 8 \end{cases}, \text{解得: } \begin{cases} k = 3 \\ b = -10 \end{cases}$$

$\therefore$  直线PH的解析式为： $y = 3x - 10$

31. (1) $k = 1$  (2) $C\left(\frac{\sqrt{3}}{3}, \sqrt{3}\right)$  (3) $M(0, 2\sqrt{3} - 2)$

**【图图解析】** (1)  $\because A(1, 3), \therefore AB = 3, OB = 1,$

$\because AB = 3BD, \therefore BD = 1, \therefore D(1, 1)$

将D坐标代入反比例解析式得： $k = 1.$

(2) 由(1)知， $k = 1, \therefore$  反比例函数的解析式为： $y = \frac{1}{x},$

$$\text{联立 } \begin{cases} y = 3x \\ y = \frac{1}{x} \end{cases}, \text{解得: } \begin{cases} x = \frac{\sqrt{3}}{3} \\ y = \sqrt{3} \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x = -\frac{\sqrt{3}}{3} \\ y = -\sqrt{3} \end{cases}$$

$\because x > 0, \therefore C\left(\frac{\sqrt{3}}{3}, \sqrt{3}\right)$

(3) 作C关于y轴的对称点 $C'$ , 连接 $C'D$ 交y轴于M, 则 $d = MC + MD$ 最小,

$\therefore C'\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}, \sqrt{3}\right),$

设直线 $C'D$ 的解析式为： $y = kx + b,$

$$\therefore \begin{cases} \sqrt{3} = -\frac{\sqrt{3}}{3}k + b \\ 1 = k + b \end{cases}, \therefore \begin{cases} k = 3 - 2\sqrt{3} \\ b = -2 + 2\sqrt{3} \end{cases}$$

$\therefore y = (3 - 2\sqrt{3})x + 2\sqrt{3} - 2,$

当 $x = 0$ 时， $y = 2\sqrt{3} - 2, \therefore M(0, 2\sqrt{3} - 2)$



32. (1)  $t = 2s$

(2) 当  $t = 3s$  时, 四边形 APEC 的面积最小, 最小面积为  $\frac{84}{5} \text{ cm}^2$ 。

(3) 当  $t = 1s$ , 点 P, Q, F 三点在同一条直线上。

【图图解析】(1)  $\because$  点 A 在线段 PQ 的垂直平分线上,  $\therefore AP = AQ$ ;

$$\because \angle DEF = 45^\circ, \angle ACB = 90^\circ, \angle DEF + \angle ACB + \angle EQC = 180^\circ$$

$$\therefore \angle EQC = 45^\circ, \therefore CE = CQ,$$

$$\text{由题意知: } CE = t, BP = 2t, \therefore CQ = t, \therefore AQ = 8 - t,$$

在  $\text{Rt} \triangle ABC$  中, 由勾股定理得:  $AB = 10 \text{ cm}$ ,

$$\text{则 } AP = 10 - 2t, \therefore 10 - 2t = 8 - t, \text{ 解得: } t = 2$$

答: 当  $t = 2s$  时, 点 A 在线段 PQ 的垂直平分线上;

(2) 过 P 作  $PM \perp BE$ , 交 BE 于 M,  $\therefore \angle BMP = 90^\circ$ ,

$$\text{在 } \text{Rt} \triangle ABC \text{ 和 } \text{Rt} \triangle BPM \text{ 中, } \sin B = \frac{AC}{AB} = \frac{PM}{BP},$$

$$\therefore \frac{PM}{2t} = \frac{8}{10}, \therefore PM = \frac{8}{5}t,$$

$$\because BC = 6 \text{ cm}, CE = t, \therefore BE = 6 - t,$$

$$\therefore y = S_{\triangle ABC} - S_{\triangle BPE} = \frac{1}{2} BC \cdot AC - \frac{1}{2} BE \cdot PM = \frac{4}{5}(t-3)^2 + \frac{84}{5},$$

$$\because a = \frac{4}{5} > 0, \therefore \text{抛物线开口向上, } \therefore \text{当 } t = 3 \text{ 时, } y_{\min} = \frac{84}{5},$$

答: 当  $t = 3s$  时, 四边形 APEC 的面积最小, 最小面积为  $\frac{84}{5} \text{ cm}^2$ 。

(3) 假设存在某一时刻  $t$ , 使点 P, Q, F 三点在同一直线上;

过 P 作  $PN \perp AC$ , 交 AC 于 N

$$\therefore \angle ANP = \angle ACB = \angle PNQ = 90^\circ,$$

$$\because \angle PAN = \angle BAC, \therefore \triangle PAN \sim \triangle BAC,$$

$$\therefore \angle ANP = \angle ACB = \angle PNQ = 90^\circ,$$

$$\therefore \frac{PN}{BC} = \frac{AP}{AB} = \frac{AN}{AC}, \therefore \frac{PN}{6} = \frac{10-2t}{10} = \frac{AN}{8},$$

$$\therefore PN = 6 - \frac{6}{5}t, AN = 8 - \frac{8}{5}t,$$

$$\because NQ = AQ - AN, \therefore NQ = 8 - t - \left(8 - \frac{8}{5}t\right) = \frac{3}{5}t$$

$\because \angle ACB = 90^\circ, B, C, E, F$  在同一条直线上,

$\therefore \angle QCF = 90^\circ, \angle QCF = \angle PNQ$

$\because \angle FQC = \angle PQN, \therefore \triangle QCF \sim \triangle QNP,$

$$\therefore \frac{PN}{FC} = \frac{NQ}{CQ}, \therefore \frac{6-\frac{6}{5}t}{9-t} = \frac{\frac{3}{5}t}{t},$$

$$\because 0 < t < 4.5, \therefore \frac{6-\frac{6}{5}t}{9-t} = \frac{3}{5}, \text{解得: } t = 1,$$

答: 当  $t = 1s$ , 点  $P, Q, F$  三点在同一条直线上。

## 2018 河南省教师招聘考试学科冲刺试卷 (二)

### 一、选择题

1.C【图图解析】 $\because$  一个正  $n$  边形的各内角和均为  $144^\circ, \therefore 144n = 180 \times (n-2)$ , 解得:  $n = 10$ 。

这个正  $n$  边形的所有对角线的条数是:  $\frac{n(n-3)}{2} = \frac{10 \times 7}{2} = 35$ 。故本题选 C。

2.C【图图解析】当  $c > 0, a > 0$  时, 一次函数经过一、二、三象限, 二次函数的图象开口向上, 顶点在  $y$  轴正半轴;  $a < 0$  时, 一次函数经过一、二、四象限, 二次函数开口向上, 顶点在  $y$  轴负半轴。当  $c < 0, a > 0$  时, 二次函数的图象开口向下, 顶点在  $y$  轴正半轴, 一次函数经过一、三、四象限;  $a < 0$ , 二次函数的图象开口向下, 顶点在  $y$  轴负半轴, 一次函数经过二、三、四象限。故本题选 C。

3.C【图图解析】根据题意得出一般性规律, 写出第⑨个等式, 利用平方差公式计算, 将结果用科学计数法表示, 即  $777777775^2 - 222222225^2 = (777777775 + 222222225) \times (777777775 - 222222225) = 10^{10} \times 555555550 = 5.55555555 \times 10^{19}$ 。故本题选 C。

4.C【图图解析】他们分别从自己的一套卡片中随机抽取一张的组合有  $3 \times 3 \times 3 = 27$  种, 抽取

的三张卡片中含有快乐、成长、与梦同行的有 6 种，所以概率  $= 6 \div 27 = \frac{2}{9}$ 。故本题选 C。

5.A【图图解析】本题主要考查集合间的基本关系。集合  $A = \{x|x(x+3) < 0\} = \{x|-3 < x < 0\}$ ，  
 $B = \{x|x < -1\}$ ，则  $A \cap B = \{x|-3 < x < -1\}$ 。故本题选 A。

6.D【图图解析】若  $a = b$ ，则直线与圆心的距离为  $\frac{|a-a+2|}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$  等于半径， $\therefore$  直线  $y = x + 2$  与

圆  $(x-a)^2 + (y-b)^2 = 2$  相切。若直线  $y = x + 2$  与圆  $(x-a)^2 + (y-b)^2 = 2$  相切，则

$\frac{|a-b+2|}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$ ， $\therefore a-b = 0$  或  $a-b = -4$ ，即  $a = b$  或  $a = b - 4$ 。故  $a = b$  是直线  $y = x + 2$  与

圆  $(x-a)^2 + (y-b)^2 = 2$  相切的充分不必要条件。故本题选 D。

7.B【图图解析】若数列  $\{a_n\}$  是等差数列，首项  $a_1 > 0$ ， $a_{2016} + a_{2017} > 0$ ， $a_{2016} \cdot a_{2017} < 0$ ，

$\therefore a_{2016} > 0$ ， $a_{2017} < 0$ ，公差  $d < 0$ ， $\therefore S_{4032} = \frac{4032(a_1 + a_{4032})}{2} = 2016(a_{2016} + a_{2017}) > 0$ ，

$S_{4033} = \frac{4033(a_1 + a_{4033})}{2} = 4033a_{2017} < 0$ ，则使得前  $n$  项和  $S_n > 0$  成立的最大自然数  $n$  是 4032。

故本题选 B。

8.B【图图解析】通过三视图判断出，几何体是底面半径为 1、高为 6 的圆柱被截的一部分，

所以所求几何体的体积为： $\frac{1}{2} \times \pi \times 1^2 \times 6 = 3\pi$ 。故本题选 B。

9.D【图图解析】

在  $\triangle PF_1F_2$  中，由余弦定理得  $4c^2 = |PF_1|^2 + |PF_2|^2 - 2|PF_1||PF_2|\cos 60^\circ = 4a^2 + |PF_1||PF_2|$ ，

而三角形面积  $S = \frac{1}{2}|PF_1||PF_2|\sin 60^\circ = \frac{1}{2} \cdot 2c \cdot |y_p|$ 。又  $\because |OP| = \sqrt{x_p^2 + y_p^2} = \sqrt{7}a$ ，且

$\frac{x_p^2}{a^2} - \frac{y_p^2}{b^2} = 1$ ， $\therefore y_p = \frac{\sqrt{6}ab}{c}$ ，将其代入面积  $S$  中，从而得出  $b = \sqrt{2}a$ ， $\therefore$  该双曲线的渐近线

方程为  $\sqrt{2}x \pm y = 0$ 。故本题选 D。

10.A【图图解析】根据程序框图所示，该算法计算的是求 1~100 以内所有偶数的和，即

$sum = 2 + 4 + 6 + \dots + 98 = \frac{49 \times (2 + 98)}{2} = 2450$ 。故本题选 A。

11.A【图图解析】 $A = \{x|-1 < x < 2\}$   $B = \{x|1 < x < 3\}$ ，根据集合并集和数轴相关知识，可

得  $A \cup B = \{x | -1 < x < 3\}$

12.C 【图图解析】  $i^3 - \frac{2}{i} = -i + 2i = i$

13.A 【图图解析】  $x$  取值需要满足以下条件  $\begin{cases} x-4 \geq 0 \\ x-1 > 0 \\ \lg(x-1) \neq 0 \end{cases}$  , 因此函数的定义域为  $[4, +\infty)$

14.B 【图图解析】 根据题意可得  $a = 1 - \frac{1}{6} - \frac{1}{2} = \frac{1}{3}$

$E(X) = \frac{1}{2} \times (-1) + \frac{1}{6} \times 0 + 1 \times \frac{1}{3} = -\frac{1}{6} \therefore E(Y) = 6E(X) + 1 = (-\frac{1}{6}) \times 6 + 1 = 0$

15.B 【图图解析】 根据椭圆的定义可得命题“平面内一动点  $P$  到两个定点的距离的和为常数”推不出定点的轨迹为椭圆, 但是命题“平面内一动点  $P$  的轨迹为椭圆”是可以得到平面内一动点  $P$  到两个定点的距离的和为常数, 因此为必要不充分条件。

16.A 【图图解析】  $\because f(x+\pi) = f(x) + \sin x$  且当  $0 \leq x \leq \pi$  时,  $f(x) = 0$

$\therefore f(\frac{23\pi}{6}) = f(\frac{5}{6}\pi) + \sin \frac{17}{6}\pi + \sin \frac{11}{6}\pi + \sin \frac{5}{6}\pi = \frac{1}{2}$

17.A 【图图解析】 常见的全程量词有: 任意一个, 每一个, 任给, 所有的等, 含有全称量词的命题叫全称命题, 只有 A 选项符合题意。

18.D 【图图解析】 根据题意, 可知折叠后的三棱锥如右图,  $\therefore \overline{AB} \cdot \overline{BD} = 0$  由此可得 AC 的中点 O 即为外接球的球心,  $\therefore$  平面 ABD  $\perp$  平面 BCD 且  $AB \perp BD$

$\therefore AB \perp$  平面 BCD

$\therefore |\overline{BC}|^2 = |\overline{AD}|^2 = |\overline{AB}|^2 + |\overline{BD}|^2 \quad |\overline{AC}|^2 = |\overline{AB}|^2 + |\overline{BC}|^2 = 2|\overline{AB}|^2 + |\overline{BD}|^2 = \frac{1}{2}$

$S = 4\pi(\frac{1}{2}|\overline{AC}|)^2 = \pi AC^2 = \frac{\pi}{2}$

19.C 【图图解析】 若函数在  $x = x_0$  处可导, 则图象在  $(x_0, f(x_0))$  处一定有切线, 但若函数在  $x = x_0$  处不可导, 则图象在  $(x_0, f(x_0))$  处也可能有切线, 即若曲线  $y = f(x)$  在点  $(x_0, f(x_0))$  处的导数不存在, 但有切线, 则切线与  $x$  轴垂直。

20.D 【图图解析】  $\because x \in [-1, 1], f(x) = x^2, f(x+2) = f(x)$

$\therefore x \in [1, 3], -1 \leq x-2 \leq 1, f(x-2) = f(x) = (x-2)^2, f(3) = f(1) = 1$

$x \in [3, 5] f(x) = (x-4)^2 f(5) = f(3) = 1$

又  $0 < x < 1$ ,  $y = |\log_5 x| = -\log_5 x > 0$ , 在  $x \in (0, 1)$  时, 两函数的图象只有一个交点;

当  $1 \leq x \leq 5$ ,  $y = |\log_5 x| = \log_5 x$ ,  $y \in (0, 1]$ , 在  $x \in [1, 5]$  时, 两函数的图象有四个交点

( $f(x)$  在  $[1, 3]$ ,  $[3, 5]$  两个周期上各有两个交点)。

21.D 【图图解析】  $n \times 1 = 3[(n-1) \times 1] = 3 \times 3[(n-2) \times 1] = \dots = 3^{n-1} \times 1 = 3^{n-1}$

22.A 【图图解析】 分别把 -1, 1, 2 代入到方程中可得 
$$\begin{cases} 1+a+b \geq 0 \\ 1-a+b \leq 0 \\ 4-2a+b \geq 0 \end{cases}$$
, 画出阴影部分。曲线

$(a+3)^2 + (b-2)^2 = 1$  的圆心为  $(-3, 2)$ , 此点在直线  $a+b+1=0$  上, 由于两直线  $a+b+1=0$  与  $1-a+b=0$  垂直, 故圆心与区域边界处的点  $(0, -1)$  距离是区域中的点与圆心的距离的最小值, 其长度为  $3\sqrt{2}$ , 故点  $(a, b)$  所表示的区域内的点 P 到曲线  $(a+3)^2 + (b-2)^2 = 1$  上的点 Q 的距离  $|PQ|$  的最小值为  $3\sqrt{2} - 1$

23.C 【图图解析】 函数  $f(x)$  满足  $f(x) - f(y) = f\left(\frac{x-y}{1-xy}\right)$ : 令  $x=y=0$  得  $f(0)=0$ ;

令  $x=0$  得  $-f(y) = f(-y)$ 。当  $x, y \in (-1, 0)$  时, 有  $f(x) > 0 \therefore f(x)$  在  $(-1, 1)$  为奇函数, 单调减函数且在  $(-1, 0)$  时  $f(x) > 0$ , 在  $(0, 1)$  时  $f(x) < 0$ ;  $\therefore R = f(0) = 0$ ,

$$Q = f\left(\frac{1}{2}\right) < R$$

$$\therefore f\left(\frac{1}{r^2+r-1}\right) = f\left(\frac{1}{r(r+1)-1}\right) = f\left(\frac{\frac{1}{r} - \frac{1}{r+1}}{1 - \frac{1}{r} \cdot \frac{1}{r+1}}\right) = f\left(\frac{1}{r}\right) - f\left(\frac{1}{r+1}\right),$$

$$\therefore P = f\left(\frac{1}{5}\right) + f\left(\frac{1}{11}\right) + \dots + f\left(\frac{1}{r^2+r-1}\right) + \dots + f\left(\frac{1}{2012^2+2012-1}\right)$$

$$= [f\left(\frac{1}{2}\right) - f\left(\frac{1}{3}\right)] + [f\left(\frac{1}{3}\right) - f\left(\frac{1}{4}\right)] + \dots + [f\left(\frac{1}{2012}\right) - f\left(\frac{1}{2013}\right)] = f\left(\frac{1}{2}\right) - f\left(\frac{1}{2013}\right)$$

$$R > P = Q - f\left(\frac{1}{2013}\right) > Q$$

24.B 【图图解析】  $\therefore$  奇数项和为  $32 \therefore \frac{1}{2} \cdot 2^n = 32 \quad n=6 \quad \therefore$  中间项为  $C_6^3 (-2x)^{6-3} = -160x^3$

25.B 【图图解析】  $\tan \alpha = -\frac{1}{2}, \tan \beta = 3, \tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta} = \frac{3 - \frac{1}{2}}{1 + \frac{3}{2}} = 1$ ,  $\alpha$  第

二象限的角,  $\beta$  是第三象限的角因此答案选 B。

26.B 【图图解析】  $P = \frac{1}{C_3^2} = \frac{1}{3}$ , 因此选 B。

27.C 【图图解析】 因为奇函数在关于原点对称的区间上单调性相同且  $f(x)$  在区间  $[3, 7]$  上是增函数, 所以在  $[-7, -3]$  上也是增函数, 故  $-3$  对应为最大值. 又因为  $f(x)$  在区间  $[3, 7]$  上是增函数且最小值为 5, 故最小的变量对应最小的函数值, 故有  $f(-3) = -f(3) = -5$ 。

28.B 【图图解析】 在第二象限角内通过余弦函数线  $\cos \alpha > \cos \beta$  找出  $\alpha > \beta$  的终边位置关系, 再作出判断, 得 B。

29.B 【图图解析】 全部选法有:  $C_{10}^4$  种, 其中全部是男生或全部是女生的选法有:  $C_5^4$  种, 由此可得答案为:  $C_{10}^4 - C_5^4 - C_5^4 = 200$ 。

30.A 【图图解析】 随意开一把, 一共有 5 把锁, 要打开一把, 成功的可能性就是  $\frac{1}{5}$ , 也就是 20%, 要把所有的锁全部打开, 最多要开:  $5+4+3+2+2=15$  次。所以选 A。

## 二、填空题

1.  $4 - \sqrt{2}$  【图图解析】  $|\sqrt{2} - 2| - (-1)^{2017} + \tan 45^\circ = 2 - \sqrt{2} + 1 + 1 = 4 - \sqrt{2}$ 。

2. 16 【图图解析】  $a^2 - b^2 + 8b = (a+b)(a-b) + 8b$ , 由于  $a+b=4$ , 则原式  $= 4(a-b) + 8b = 4(a-b) + 8b = 4a + 4b = 4(a+b) = 16$ 。

3. 2 【图图解析】 因为  $m$  是  $\sqrt{2}$  的小数部分, 所以  $m = \sqrt{2} - 1, \frac{1}{m} = \sqrt{2} + 1$ , 原式

$$\sqrt{m^2 + \frac{1}{m^2}} - 2 = \sqrt{\left(m - \frac{1}{m}\right)^2} = \left|m - \frac{1}{m}\right| = \left|\sqrt{2} - 1 - (\sqrt{2} + 1)\right| = 2。$$

4.  $2 \leq m < 3$  【图图解析】 由题意可知, 不等式组的解集是  $-2 < x \leq m$ , 因为不等式组的整数解共有 4 个, 所以  $2 \leq m < 3$ 。

5.  $x = y$  且  $x \neq -1$  【图图解析】 根据分式的定义可知, 分子为 0, 分母不为 0, 所以  $x, y$  满足的取值范围是  $x = y$  且  $x \neq -1$ 。

## 三、解答题

1. (1) 200,120; (2) 六折

【图图解析】

(1) 设每件服装的成本价为  $x$ , 标价为  $y$ , 则根据题意有: 
$$\begin{cases} 0.5y - x = -20 \\ 0.8y - x = 40 \end{cases}$$
, 联立求解可得:

$x = 120, y = 200$ , 即每件服装的成本价为 120 元, 标价为 200 元。

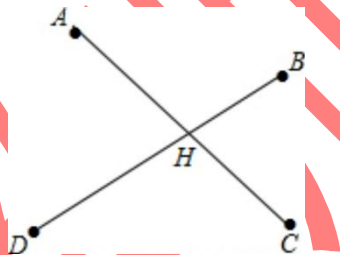
(2) 设打  $r$  折就可以不亏损, 由 (1) 可知:  $200r = 120$ , 解得  $r = 0.6$ , 所以为保证不亏损, 最多能到六折。

2. AC 与 BD 连线的交点

【图图解析】

如图所示, 连接 AC, BD, 它们的交点是 H, 点 H 就是修建水池的位置, 这一点到 A, B, C, D 四点的距离之和最小。

根据线段的性质: 两点之间, 线段距离最短; 结合题意, 要使它到四个村庄的距离之和最小, 就要使它在 AC 与 BD 连线的交点处。



3.6

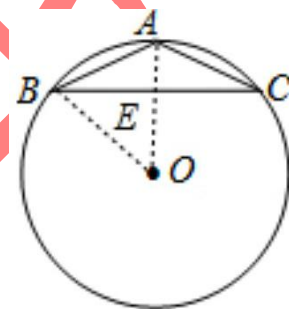
【图图解析】连接 OA, OB, OA 与 BC 的交点为 E, 则由题意

可知, E 为 BC 的中点, 在  $Rt\triangle ABE$  中, 由于  $\tan \angle ABC = \frac{1}{3}$ ,

则  $\frac{AE}{BE} = \frac{1}{3}$ , 设  $AE = x$ , 则  $BE = 3x, OE = 5 - x$ , 在  $Rt\triangle BOE$ ,

$BE^2 + OE^2 = OB^2$ , 即  $(3x)^2 + (5 - x)^2 = 5^2$ , 解得  $x = 1$ , 所以

$BC = 2BE = 6$ 。



4. 等边三角形

【图图解析】连接 DE, CF, 因为在等腰梯形 ABCD 中,  $AD \parallel BC, AB = CD, OA = OD,$

$OB = OC$ , 因为  $\angle ADB = 60^\circ$ , 所以  $\triangle OBC$  和  $\triangle OAD$  都是等边三角形, 因为 E, F 分别是

OA 和 OB 的中点, 在  $Rt\triangle CDE$  中, 点 G 是斜边 CD 的中点, 所以  $EG = \frac{1}{2}CD$ , 同理,

$FG = \frac{1}{2}CD$ , 又因为 EF 是  $\triangle OAB$  的中位线, 所以  $EF = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}CD$ , 所以  $EF = EG = FG$ ,

所以  $\triangle EFG$  为等边三角形。

5. (1) 2; (2)  $y = \frac{24}{t+6}$ ; (3)  $t = 6\sqrt{2}$ ; (4) 24, 不变

【图图解析】(1) 因为四边形 ABCD 是矩形, 所以  $CD = AB = 4cm$ , 将 AP 沿直线 AD 翻折得到 AQ, 所以  $QD = DE = 3cm$ ,  $CE = DC - DE = 1cm$ , 当运动  $t$  秒时, 则

$PC = tcm, BP = (6+t)cm$ , 由于  $\triangle PCE \sim \triangle PBA$ , 则  $\frac{CE}{AB} = \frac{PC}{PB}$ , 即  $\frac{1}{4} = \frac{t}{t+6}$ , 解得  $t = 2$ 。

(2) 由 (1) 可知,  $QD = DE = y$ , 则  $CE = DC - DE = 4 - y$ , 同理可知  $\frac{CE}{AB} = \frac{PC}{PB}$ , 即

$$\frac{4-y}{4} = \frac{t}{t+6}, \text{ 整理可得: } y = \frac{24}{t+6}.$$

(3) 由 (2) 可知当  $PC = t$  时,  $DQ = \frac{24}{t+6}$ , 则  $QE = 2QD = \frac{48}{t+6}$ ,

$$CE = 4 - QD = 4 - \frac{24}{t+6} = \frac{4t}{t+6}, \text{ 所以 } S_{\triangle AEQ} = \frac{1}{2}QE \cdot AD = \frac{1}{2} \times \frac{48}{t+6} \times 6 = \frac{144}{t+6},$$

$$S_{\triangle CEP} = \frac{1}{2}CP \cdot CE = \frac{1}{2} \times t \times \frac{4t}{t+6} = \frac{2t^2}{t+6}, \text{ 当 } S_{\triangle AEQ} = S_{\triangle CEP} \text{ 时, 有 } \frac{144}{t+6} = \frac{2t^2}{t+6}, \text{ 解得}$$

$t = 6\sqrt{2}, t = -6\sqrt{2}$  (舍去), 所以当  $t = 6\sqrt{2}$  秒时,  $\triangle CPE$  与  $\triangle AEQ$  的面积相等。

$$(4) \text{ 由 (3) 可知: } QE = \frac{48}{t+6}, S_{\triangle APQ} = S_{\triangle AQE} + S_{\triangle PQE} = \frac{144}{t+6} + \frac{24t}{t+6} = 24, \text{ 所以 } \triangle APQ$$

的面积是 24, 不变。