

资格证面试教案—高中数学

第一篇《函数的单调性》.....2

第二篇《函数的奇偶性》.....8

第一篇《函数的单调性》

1. 题目：函数的单调性

2. 内容：

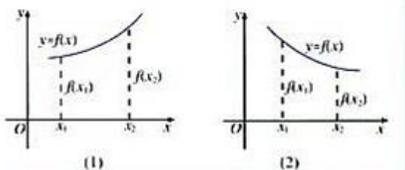
对于二次函数 $f(x) = x^2$ ，我们可以这样描述“在区间 $(0, +\infty)$ 上，随着 x 的增大，相应的 $f(x)$ 也随着增大”；在区间 $(0, +\infty)$ 上，任取两个 x_1, x_2 ，得到 $f(x_1) = x_1^2, f(x_2) = x_2^2$ ，当 $x_1 < x_2$ 时，有 $f(x_1) < f(x_2)$ ，这时，我们就说函数 $f(x) = x^2$ 在区间 $(0, +\infty)$ 上是增函数。

一般地，设函数 $f(x)$ 的定义域为 I ；

如果对于定义域 I 内某个区间 D 上的任意两个自变量的值 x_1, x_2 ，当 $x_1 < x_2$ 时，都有 $f(x_1) < f(x_2)$ ，那么就称函数 $f(x)$ 在区间 D 上是增函数（increasing function）（图 1.3-3(1)）；

如果对于定义域 I 内某个区间 D 上的任意两个自变量的值 x_1, x_2 ，当 $x_1 < x_2$ 时，都有 $f(x_1) > f(x_2)$ ，那么就称函数 $f(x)$ 在区间 D 上是减函数（decreasing function）（图 1.3-3(2)）。

你能仿照这样的描述，说明函数 $f(x) = x^2$ 在区间 $(-\infty, 0]$ 上是减函数吗？



3. 基本要求

- (1) 试讲时间约 10 分钟；
- (2) 创设问题进行导入，建立与已学知识之间的联系；
- (3) 采用恰当的教学方法，让学生直观感受数形结合思想。

4. 考核目标：教学设计，教学方法，教学实施。

课时：

1 课时

课型：

新授课

教学目标：

1、知识与技能：从形与数两方面理解单调性的概念，初步学会利用函数图象和单调性定义判断、证明函数单调性的方法。

2、过程与方法：通过对函数单调性定义的探究，提高观察、归纳、抽象的能

力和语言表达能力；通过对函数单调性的证明，提高推理论证能力，体验数形结合思想方法。

3、情感态度价值观：通过知识的探究过程养成细心观察、认真分析、严谨论证的良好思维习惯；感受用辩证的观点思考问题。

教学重点：

函数单调性的概念形成和初步运用。

教学难点：

函数单调性的概念形成。

教学过程：

（一）创设情境，导入新课

教师活动：分别作出函数 $y=2x$ ， $y=-2x$ 和 $y=x^2+1$ 的图象，并且观察函数变化规律，描述前两个图象后，明确这两种变化规律分别称为增函数和减函数。然后提出两个问题：问题一：二次函数是增函数还是减函数？问题二：能否用自己的理解说说什么是增函数，什么是减函数？

学生活动：观察图象，利用初中的函数增减性质进行描述， $y=2x$ 的图象自变量 x 在实数集变化时， y 随 x 增大而增大， $y=-2x$ 的图象自变量 x 在实数集变化时， y 随 x 增大而减小。在此基础上描述 $y=x^2+1$ 在 $(-\infty, 0]$ 上 y 随 x 增大而减小，在 $(0, +\infty)$ 上 y 随 x 增大而增大。理解单调性是函数的局部性质，在一个区间里， y 随 x 增大而增大，则是增函数； y 随 x 增大而减小就是减函数。

设计意图：数学课程标准中提出“通过已学过的函数特别是二次函数理解函数的单调性”，因此在本环节的设计上，从学生熟知的一次函数和二次函数入手，从初中对函数增减性的认识过渡到对函数单调性的直观感受。通过一次函数认识单调性，再通过二次函数认识单调性是局部性质，进而完善感性认识。

（二）初步探索，形成概念

教师活动：（以 $y=x^2+1$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调性为例）让学生理解如何用精确的数

学语言（随着、增大、任取）来描述函数的单调性，进而得到增（减）函数的定义。并进一步提出如何判断的问题。

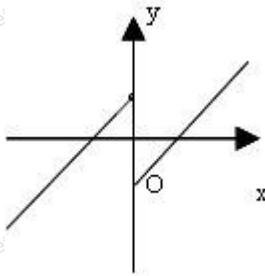
学生活动：通过交流、提出见解，提出质疑，相互补充理解函数定义的解释，讨论表示大小关系时，理解如何取值，明白任取的意义。

设计意图：通过启发式提问，实现学生从“图形语言”到“文字语言”到“符号语言”认识函数的单调性，实现“形”到“数”的转换。

（三）概念深化，延伸扩展

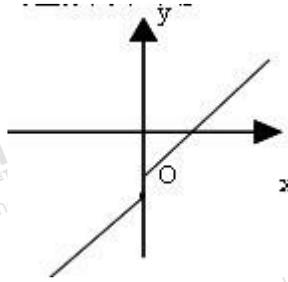
教师活动：提出下面这个问题：能否说 $f(x) = \frac{1}{x}$ 在它的定义域上是减函数？从

这个例子能得到什么结论？并给出例子进行说明：



进一步提问：函数在定义域内的两个区间 A,B 上都是增（减）函数，何时函数在 $A \cup B$ 上也是增（减）函数，最后再一次回归定义，强调任意性。

学生活动：思考、讨论，提出自己观点，并提出反例，如 $x_1 = -1, x_2 = 1$ ，进而得出结论：函数在定义域内的两个区间 A,B 上都是增（减）函数，函数在 $A \cup B$ 上不一定是增（减）函数将函数图象进行变形（如 $x < 0$ 时图象向下平移）。



设计意图：通过上面的问题，学生已经从描述性语言过渡到严谨的数学语言。而对严谨的数学语言学生还缺乏准确理解，因此在这里通过问题深入研讨加深学生对单调性概念的理解。

(四) 证明探究，应用定义

教师活动：展示例题

例 1：证明函数

$f(x) = x^2 + 1$ 在 $(0, +\infty)$ 上是增函数

证明：任取 $x_1, x_2 \in (0, +\infty)$ 且 $x_1 < x_2$

$$\Delta x = x_2 - x_1 > 0$$

$$\Delta y = f(x_2) - f(x_1) = (x_2^2 + 1) - (x_1^2 + 1)$$

$$= x_2^2 - x_1^2$$

$$= (x_2 + x_1)(x_2 - x_1)$$

$$\because x_2 - x_1 = \Delta x > 0$$

$$x_1 + x_2 > 0$$

$$\therefore \Delta y = f(x_2) - f(x_1) > 0$$

\therefore 函数 $f(x) = x^2 + 1$ 在 $(0, +\infty)$ 上是增函数。

进一步提问：如果把 $(0, +\infty)$ 条件去掉，如何解这道题？要求学生课后思考。

学生活动：根据单调性定义进行证明、讨论，规范出证明步骤：设元、作差、变形、断号、定论，理解根据定义进行判断，体会判断可转化成证明并完成课后思

考题。

设计意图：本环节是对函数单调性概念的准确应用，本题采用前面出现过的函数，一方面希望学生体会到函数图象和数学语言从不同角度刻画概念，另一方面避免学生遇到障碍，而是把注意力都集中在单调性定义的应用上。课标中指出“形式化是数学的基本特征之一，但不能仅限于形式化的表达。高中课程强调返璞归真”因此本题不再从证明角度，而是让学生再次从定义出发，寻求方法，并体会转化思想。

(五) 小结评价，作业创新

教师活动：从知识、方法两个方面引导学生进行总结，留出如下的课后作业(1、2、4必做，3选做)：

1、证明：函数 $f(x) = \sqrt{x}$ 在区间 $[0, +\infty)$ 上是增函数。

2、课上思考题

3、求函数 $f(x) = x + \frac{1}{x}$ 的单调区间

4、思考 P46 探索与研究

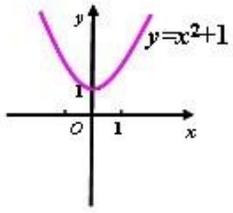
学生活动：回顾函数单调性定义的探究过程、证明、判断函数单调性的方法步骤和数学思想方法，完成课后作业。

设计意图：使学生对单调性概念的发生与发展过程有清晰的认识，体会到数学概念形成的三个阶段：直观感受、文字描述和严格定义，并且作业实现分层，满足学生需求。

六、板书设计

函数的单调性

1、函数单调性定义



2、函数单调性证明

例 1

证明
过程

证明步骤

设元

作差

变形

断号

定论





{ 7 }

第二篇 《函数的奇偶性》

1. 题目：函数的奇偶性

2. 内容：

例如，对于函数 $f(x)=x^2$ 有：

$$f(-3)=9=f(3);$$

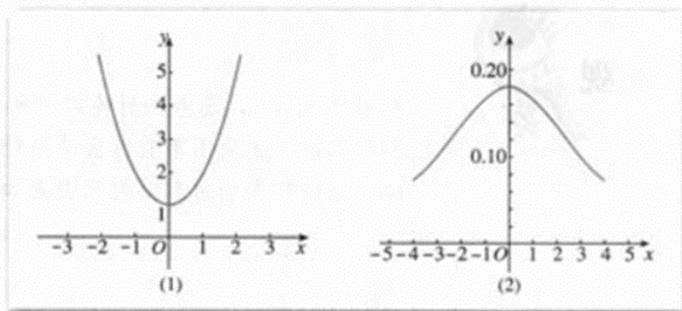
$$f(-2)=4=f(2);$$

$$f(-1)=1=f(1).$$

实际上，对于 \mathbf{R} 内任意的一个 x ，都有 $f(-x)=(-x)^2=x^2=f(x)$ ，这时我们称函数 $y=x^2$ 为偶函数。

一般地，如果对于函数 $f(x)$ 的定义域内任意一个 x ，都有 $f(-x)=f(x)$ ，那么函数 $f(x)$ 就叫做偶函数 (even function)。

例如，函数 $f(x)=x^2+1$ ， $f(x)=\frac{2}{x^2+11}$ 都是偶函数，它们的图象分别如图 1.3-8(1)(2) 所示。



例如，对于函数 $f(x)=x$ 有：

$$f(-3)=-3=-f(3);$$

$$f(-2)=-2=-f(2);$$

$$f(-1)=-1=-f(1).$$

实际上，对于函数 $f(x)=x$ 定义域 \mathbf{R} 内任意一个 x ，都有 $f(-x)=-x=-f(x)$ 。这时我们称函数 $f(x)=x$ 为奇函数。

一般地，如果对于函数 $f(x)$ 的定义域内任意一个 x ，都有 $f(-x)=-f(x)$ ，那么函数 $f(x)$ 就叫做奇函数 (odd function)。

3. 基本要求:

- (1) 试讲时间约 10 分钟;
- (2) 通过问题设计, 联系学生已有知识经验探索新知识;
- (3) 设计一些基础性例题, 以帮助学生理解函数奇偶性的主要特征。

4. 考核目标: 问题设计, 知识归纳, 教学实施。

教学设计

课时:

1 课时

课型:

新授课

教学目标:

- 1、知识与技能目标: 理解函数的奇偶性及其几何意义。
- 2、过程与方法目标: 经历从图形直观感知到代数抽象概括, 从特殊到一般的概念形成过程, 培养学生观察、抽象的能力。
- 3、情感、态度与价值观目标: 通过自主探索, 体会数形结合的思想, 感受数学的对称美。

教学重点:

理解函数的奇偶性及其几何意义。

教学难点:

判断函数奇偶性的方法。

教学准备: 多媒体

教学过程:

一、图片展示, 引入新课

多媒体展示喜字、蝴蝶、扑克牌、交通标志四幅图片, 请学生观察这些图片具有什么样的共同特征。

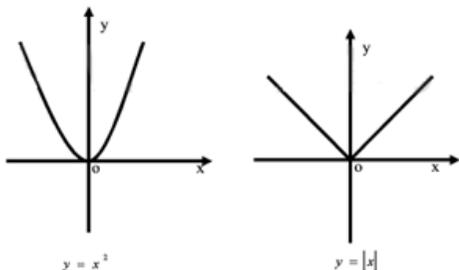
通过观察, 老师适当引导, 学生能够发现前两幅图是轴对称的, 后两幅图是中心对称的。

继续追问数学中这样的对称，请学生举例说明。由于前几节课都在学习函数，会有部分学生想到有些函数的图像是对称的。

引入课题：今天我们一起研究图像具有对称特征的函数的性质——奇偶性

二、合作探索，学习新知

1. 观察下列函数的图像：说明图像有什么样的特点。



思考1：这两个函数的图像有何共同特征？

思考2：对于上述两个函数， $f(1)$ 与 $f(-1)$ ， $f(2)$ 与 $f(-2)$ ， $f(a)$ 与 $f(-a)$ 有什么关系？

一般地，若函数 $y=f(x)$ 的图象关于y轴对称，当自变量 x 任取定义域中的一对相反数时，对应的函数值相等。即 $f(-x)=f(x)$

思考3：怎样定义偶函数？

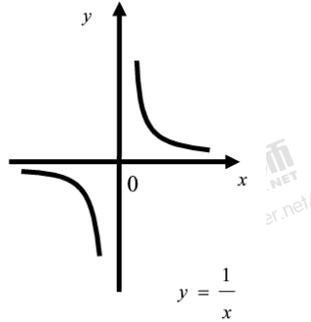
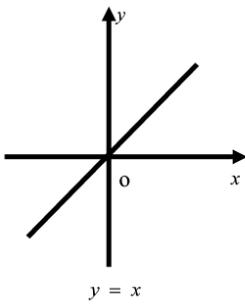
学生先进行独立思考，然后小组讨论形成小组结论，最后展示本组讨论结果。

师生互动将学生得到的定义进行补充完善最终得到精确的偶函数的定义：设函数 $f(x)$ 的定义域为 D ，如果对 D 内的任意一个数 x ，都有 $-x \in D$ ，且 $f(-x) = f(x)$ ，则这个函数叫做偶函数。

练习：判断下列函数是否为偶函数？（口答）

- (1) $f(x) = x^2, x \in [-1, 1]$
- (2) $f(x) = x^2, x \in [-1, 1)$
- (3) $f(x) = x^2, x \in [-2, -1) \cup (1, 2]$

2. 观察下面两个函数的图像，回答以下问题。



问题1: 观察图像, 从对称的角度思考, 它们有什么共同特征?

问题2: 分别求当自变量 $x = \pm 1, \pm 2$ 时的函数值, 从中你能发现什么规律?

问题3: 是否对于定义域内所有的 x , 都有类似的情况?

问题4: 类比偶函数的定义给出奇函数的定义。

学生先进行独立思考, 小组内进行交流, 形成小组最后结论, 最终展示本组成果。

小组代表展示结果后, 师生互动得出奇函数的定义: 设函数 $f(x)$ 的定义域为 D , 如果对 D 内的任意一个数 x , 都有 $-x \in D$, 且 $f(-x) = -f(x)$, 则这个函数叫做偶函数。

练习: 判断下列函数是否为偶函数? (口答)

(1) $f(x) = x^3, x \in [-1, 1]$

(2) $f(x) = x^3, x \in [-1, 1)$

(3) $f(x) = x^3, x \in [-2, -1) \cup (1, 2]$

3. 强化定义, 深化内涵

对奇函数、偶函数定义的说明:

(1) 如果一个函数 $f(x)$ 是奇函数或偶函数, 那么我们就说函数 $f(x)$, 具有奇偶性。

(2) 函数具有奇偶性的前提是: 定义域关于原点对称。

(3) 若 $f(x)$ 为奇函数, 则 $f(-x) = -f(x)$ 成立; 若 $f(x)$ 为偶函数, 则 $f(-x) = f(x)$ 成立。

三、讲练结合，巩固提升

例 1. 利用定义判断下列函数的奇偶性

$$(1) f(x) = x^3 + 2x$$

小结：用定义判断函数奇偶性的步骤：

(1) 先求定义域，看是否关于原点对称；

(2) 再判断 $f(-x)$ 与 $f(x)$ 的关系；

(3) 若 $f(-x)=f(x)$ 则 $f(x)$ 是偶函数；若 $f(-x)=-f(x)$ ，则 $f(x)$ 是奇函数。

例题 2：利用定义判断下列函数的奇偶性

$$(1) f(x) = x - \frac{1}{x} \qquad (2) f(x) = -x^2 + 1, x \in [-1, 1]$$

$$(3) f(x) = 0 \qquad (4) f(x) = x^2 + x$$

四、总结升华

师生一起回顾函数奇偶性的定义，图像性质，已经如何判断一个函数的奇偶性。

五、布置作业

1. 教材 42 页习题

2. 设 $f(x)$ 是定义在 \mathbb{R} 上的奇函数，当 $x > 0$ 时， $f(x) = 2x + 1$ ，求 $x < 0$ 时， $f(x)$ 的解析式。

板书设计：

函数的奇偶性

偶函数：

奇函数：

判断函数奇偶性步骤：一看

二找

三判断