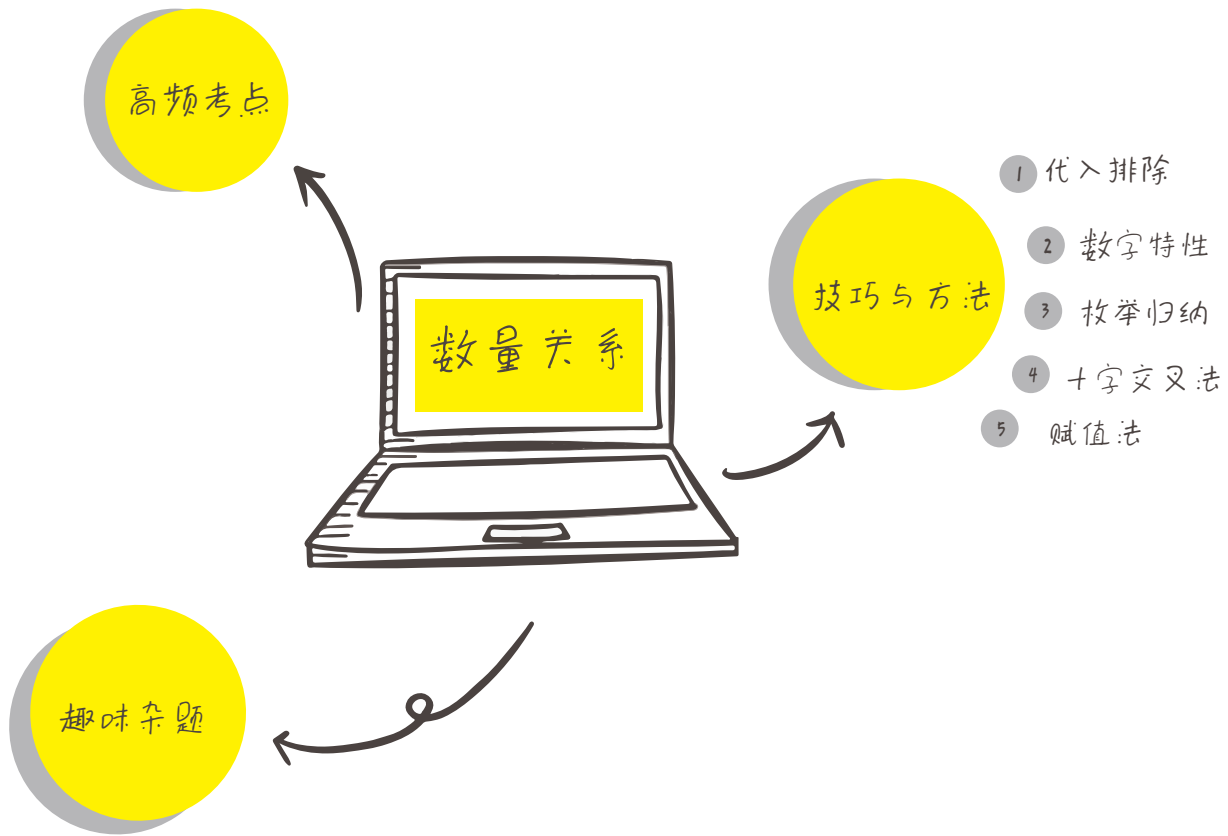


数量关系







适用范围

- 1 计算复杂的题
- 2 选项数据多的题
- 3 没思路的题

技巧与方法 代入排除

使用方法

- 1 按选项顺序代入
- 2 最值代入

┌	问最大值: 从大到小代入
	问最小值: 从小到大代入
- 3 结合数字特性排除 (尾数、奇偶、倍数)



倍数特性

- 1 题型特征 1
 - 题中出现比例、分数、百分数、倍数等
 - 若 $a:b=m:n$ (m 与 n 互质)
 - 结论一: a 是 m 的倍数, b 是 n 的倍数
 - 结论二: $a+b$ 是 $m+n$ 的倍数; $a-b$ 是 $m-n$ 的倍数
- 2 题型特征 2
 - 方程中出现明显的倍数关系
 - 如 $b=3(a+4)$, 则 b 是 3 的倍数

技巧与方法 数字特征

奇偶特性

和差关系: 同类为偶, 异类为奇, 差和同类
乘法关系: 偶数乘以任何数都是偶数, 奇数乘以奇数才为奇数

整除特性

判断 3 与 9 的整除, 看各个位数之和

尾数特性

选项末一位不同时, 优先考虑尾数计算





枚举归纳

- 1 枚举: 一一列举
- 2 归纳: 列举一部分, 然后找规律

技巧与方法

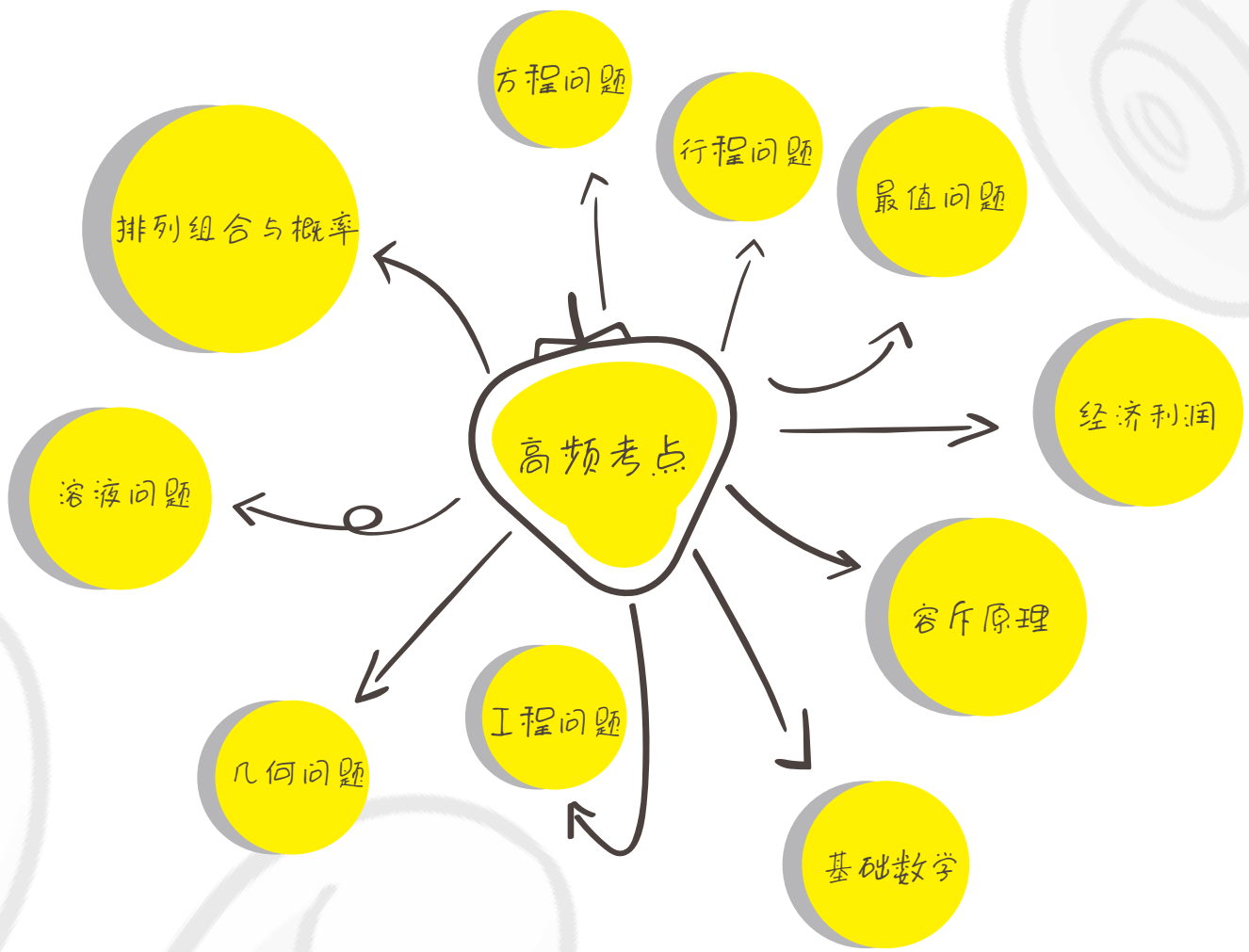
赋值法

- 1 根据比例赋值
- 2 赋最小公倍数

十字交叉法

- 1 适用于混合类问题: 溶液混合、混合平均数、混合增长率、混合比例等





多集合
反向构造

- ① 特征: 都...至少...
- ② 方法: 反向、加和、做差

最不利构造

- ① 特征: 至少...保证...
- ② 方法: 最不利情况+1

最值问题

二次函数
最值

- ① 特征: 列出计算式为一元二次函数
- ② 方法: 配方法、求导法、不等式法

构造数列

- 特征: 最多(少)...最多(少)...
- 排名第...最多(少)...
- 方法: 排序、定位、构造、加和、求解

一个方程、一个未知量

定方程

不定方程

1 特征 → 两个未知数，一个方程

2 方法 → 代入法、奇偶判定法、尾数法、倍数法

方程问题

定方程组

1 特征 → 多个方程、多个未知量，未知量个数等于方程个数

2 方法 → 代入消元、加减消元

不定方程组

1 特征 → 多个方程、多个未知量，未知量的个数多于方程个数，求一个整体的值

2 方法 → 赋值法、整体代入法

火车过桥走的路程为桥的长度
加火车长度

火车过桥
问题

基础公式

路程 = 速度 × 时间

环形相遇: $(V_1 + V_2)t = S \times N$

环形追及: $(V_1 - V_2)t = S \times N$

环形相遇
追击

等距离
平均速度:

$$V = \frac{2V_1V_2}{V_1 + V_2}$$

顺水行驶: $s = (V_{\text{船}} + V_{\text{水}})t$

逆水行驶: $s = (V_{\text{船}} - V_{\text{水}})t$

流水行船

行程问题

相遇
追击问题

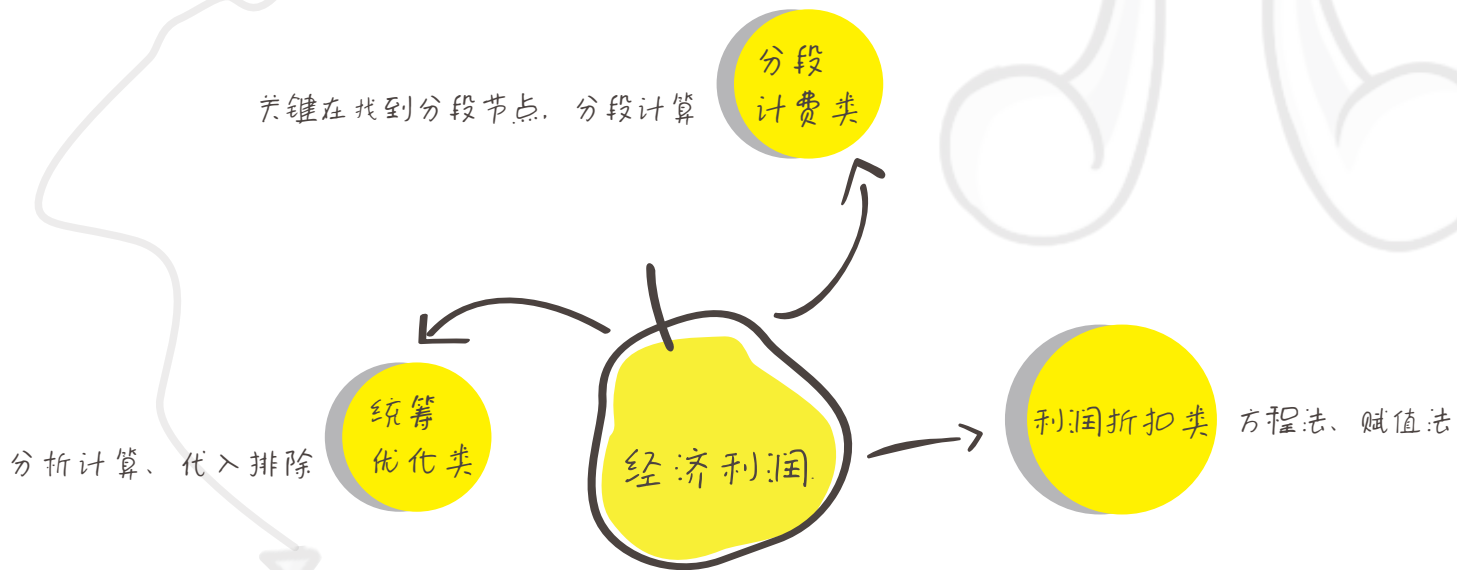
相遇: $s_{\text{和}} = (V_1 + V_2)t$

追及: $s_{\text{差}} = (V_1 - V_2)t$

两端往返
相遇

同地出发: $(V_1 + V_2)t = 2N \times S$

两端出发: $(V_1 + V_2)t = (2N - 1) \times S$



- 基础公式
- 利润 = 售价 - 成本
 - 售价 = 定价 × 折扣 (“折”即售价为定价的80%)
 - 利润率 = 利润 ÷ 成本
 - 总售价 = 单价 × 销售量
 - 总利润 = 单件利润 × 销售量 = 总售价 - 总成本



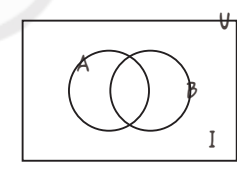
公式法

- 两集合 $\rightarrow A \cup B = A + B - AB = U - I$
- 三集合标准型 $\rightarrow A \cup B \cup C = A + B + C - AB - BC - CA + ABC = U - I$
- 三集合整体重复型 $\rightarrow A \cup B \cup C = A + B + C - y - 2z = U - I$

容斥原理

方程法

分析各部分重叠关系列方程



画文氏图

大于1的自然数,除了和它自身外,不能被其他自然数整除的数叫做质数

质数: 2, 3, 5, 7, 11...
合数: 4, 6, 8, 9, 10...

质数合数

平方差公式: $(a+b) \times (a-b) = a^2 - b^2$

基础数学

完全平方公式:
 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
 $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

通项公式: $a_n = a_1 q^{n-1}$ ①

求和公式: $S_n = a_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}$ ②

等比数列

分数裂项: $\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$

最大公约数

最小公倍数

约数倍数

等差数列

通项公式: $a_n = a_1 + (n-1) \times d$

求和公式: $S_n = \frac{1}{2} \times (a_1 + a_n) \times n = \text{中位项} \times n$

赋值法

- 给定时间 → 列表法: 赋值工作总量为时间的最小公倍数
- 给效率比 → 赋效率比
- 给工人(机器)数量 → 赋每个人(机器)效率为1

工程问题

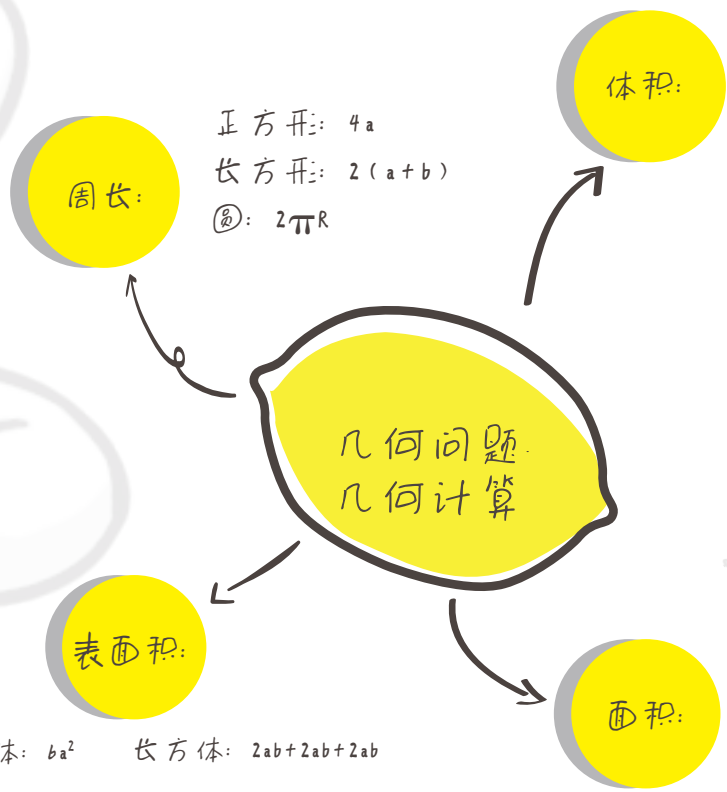
基本公式

$$\text{工作总量} = \text{工作效率} \times \text{工作时间}$$

方程法

复杂题型可以赋值后结合方程来解





周长:

正方形: $4a$
 长方形: $2(a+b)$
 ②: $2\pi R$

表面积:

正方体: $6a^2$ 长方体: $2ab+2ab+2ab$
 球: $4\pi R^2$ ②柱体: $2\pi R^2+2\pi Rh$

体积:

正方体: a^3 长方体: abc
 球: $\frac{4}{3}\pi R^3$ ②柱体: πR^2h
 ②锥体: $\frac{1}{3}\pi R^2h$

面积:

正方形: a^2 长方形: ab
 三角开: $\frac{ah}{2}$ 平行四边开: ah
 梯开: $\frac{(a+b)h}{2}$ 扇开: $\frac{a}{360}\pi R^2$
 棱开: $\frac{1}{2} \times \text{对角线} \times \text{对角线}$ ②开: πR^2



若两三角形相似, 则两个三角形
三条边的长度对应成比例 ①

常考实例: 阳光照射下影子
与实物的比例关系 ②

三角形相似

三角形三边关系

在三角形中, 任意两边之和
大于第三边, 任意两边之差
小于第三边

几何问题
几何特征

尺寸变换

① 若将一个几何图形尺寸
扩大到原来的 N 倍

② 对应角度不变, 对应周长
变为原来的 N 倍, 面积变为
原来的 N^2 倍, 体积变为
原来的 N^3 倍

特殊三角形

若直角三角形有一个 30° 的锐角,
则 30° 角所对的直角边为斜边的一半

勾股定理

直角三角形中, 两直角边的平方和
等于斜边的平方

典型题型

两溶液混合

- 定性分析: 混合后浓度居于混合前两浓度之间, 靠近溶液量大的一方
- 定量计算: 直接计算、方程法、十字交叉法

溶质不变

- 特征: 每次加入或蒸发相同的水
- 方法: 赋值法

溶液不变

- 特征: 每次倒掉相同的溶液, 加水, 保持溶液量一定
- 方法: 赋值法、比例法

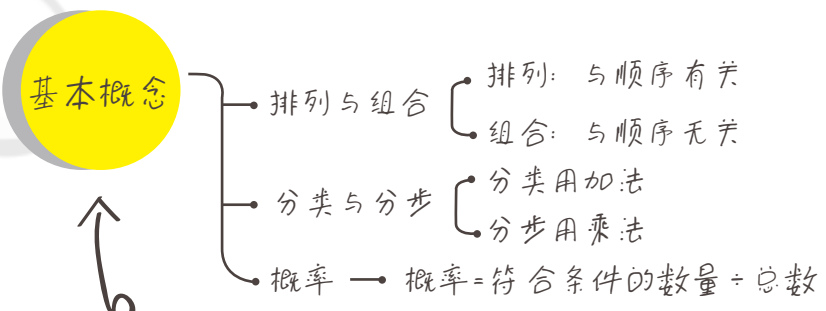
其他复杂变化 → 方程法

溶液问题

基础公式

$$\text{溶质} = \text{溶液} \times \text{浓度}$$

$$\text{溶液} = \text{溶质} + \text{溶剂}$$



正面数量 = 总数 - 反面数量

排列组合与 概率特殊考点

捆绑法: 解决必须相邻问题

插空法: 解决必须不相邻问题

错位排列:

递推公式: $a_n = (n-1) \times (a_{n-1} + a_{n-2})$

n	1	2	3	4	5
a_n	0	1	2	9	44

隔板法:

a个苹果分给b个人, 每人至少分一个, 总分法 C_{a-1}^{b-1}

环开排列:

n个人排成一个圆环, 总排列数 A_{n-1}^{n-1}



方阵问题

余数问题

时间问题

爬楼问题

年龄问题

- 1 核心: 年龄差永远不变, 过N年, 每个人都长N岁
- 2 方法: 代入排除、方程法

空瓶换酒

趣味杂题

钟表问题

青蛙爬井

比赛问题

植树问题

牛吃草问题

线性植树: 总数 = 路长 ÷ 间隔 + 1

环开: 植树: 总数 = 路长 ÷ 间隔

楼间植树: 总数 = 路长 ÷ 间隔 - 1

单边植树

单边基础上 × 2 — 双边植树

植树问题

