教师公开招聘考试模拟试卷

中学数学

（满分 100 分，时间 150 分钟）

第一部分　教育理论与实践

一、单项选择题（在每小题给出的四个选项中，有一项是符合题目要求的，请将正确选项的代号填入题干括号内.本大题共 5 小题，每小题 1 分，共 5 分）

1.学校教育的基础是（　　）.

A. 教师　　B. 学生

C. 班级　　D. 课程

2.古代西方以其雄辩和与青年智者的问答法著名的教育家是（　　）.

A. 苏格拉底　　B. 亚里士多德

C. 柏拉图　　D. 德谟克利特

3.下列不属于我国普通教育学校教学任务的是（　　）.

A. 引导学生掌握科学文化基础知识和基本技能

B. 发展学生的智力、体力和创造才能

C. 培养学生的社会主义品德和审美情趣，奠定学生的科学世界观基础

D. 学生在课外独立自主进行学习的能力提高

4.教师成长与发展的最高目标是（　　）.

A. 特级教师　　B. 教学熟手

C. 优秀班主任　　D. 专家型教师

5.衡量教师是否成熟的主要标志是（　　）.

A. 能否充分考虑教学情境

B. 能否更多地考虑课堂管理

C. 能否自觉地关注学生

D. 能否关注自身的生存适应性

二、多项选择题（以下每小题的备选答案中，有两个或两个以上符合题目要求，将正确答案的代号填在题干的括号内，多选、少选、错选均不得分.本大题共 2 小题，每小题 2.5 分，共 5 分）

1.课程目标的依据主要有三个方面，它们是(　　).

A. 对学生的研究　　　　B. 对教师的研究

C. 对社会的研究　　　　D. 对学科的研究

2.影响个体身心发展的主要因素包括(　　).

A. 遗传　　　　B. 环境

C. 教育　　　　D. 个体的主观能动性

三、填空题（本大题共 3 小题，每小题 1 分，共 10 分）

1.数学学习背景分析主要包括______、______、______、______.

2.数学教学基本技能包括______、______、______、______.

3.《全日制义务教育数学课程标准》中陈述课程目标的动词分两类.第一类：______目标动词；第二类：数学活动水平的______目标动词.

四、简答题（10 分）

什么是解题方法多样化？解题方法的多样化有什么作用？如何促进解决问题方式的多样化？

第二部分　数学专业基础知识

一、选择题（在每小题给出的四个选项中，有一项是符合题目要求的，请将正确选项的代号填入题后括号内.本大题共 7 小题，每小题 3 分，共 21 分）

1.函数 $y=2\sqrt{x}$ $(x\geq 0)$的反函数为(　　).

A. $y=\dfrac{x^2}{4}$（$x\in R$）　　　　B. $y=\dfrac{x^2}{4}$（$x\geq 0$）

C. $y=4x^2$（$x\in R$）　　　　D. $y=4x^2$（$x\geq 0$）

2.下面四个条件中，使 $a>b$ 成立的充分而不必要的条件是(　　).

A. $a>b+1$　　B. $a>b-1$

C. $a^2>b^2$　　D. $a^3>b^3$

3.设函数 $f(x)=\cos wx(w>0)$，将 $y=f(x)$的图象向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度后，所得的图象与原图象重合，则 w 的最小值等于(　　).

A. $\frac{1}{3}$　　B. 3

C. 6　　D. 9

4.若点 O 与点 F（-2，0）分别为双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-y^2=1(a>0)$的中心和左焦点，点 P 为双曲线右支上的任意一点，则 $\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{FP}$ 的取值范围为(　　).

A. $[3-2\sqrt{3}+\infty)$　　B. $[3+2\sqrt{3},+\infty)$

C. $\left[-\frac{7}{4},+\infty\right)$　　D. $\left[\frac{7}{4},+\infty\right)$

5.某校开设 A 类选修课 3 门，B 类选修课 4 门，一位同学从中共选 3 门，若要求两类课程中各至少选一门，则不同的选法共有(　　).

A. 30 种　　B. 35 种

C. 42 种　　D. 48 种

6.已知 F_1、F_2 为双曲线 C：$x^2-y^2=1$ 的左、右焦点，点 P 在 C 上，$\angle F_1PF_2=60°$，则 P 到 x 轴的距离为(　　).

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{6}}{2}$

C. $\sqrt{3}$　　D. $\sqrt{6}$

7.已知一个命题 $P(k),k=2n(n\in N)$，若 $n=1,2,\ldots,1000$ 时,$P(k)$成立,且当 $n=1000+1$ 时它也成立,下列判断中,正确的是(　　).

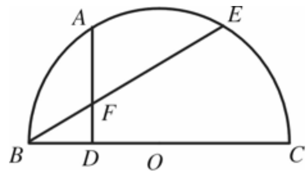
A. $P(k)$对 $k=2004$ 成立　　B. $P(k)$对每一个自然数 k 成立

C. $P(k)$对每一个正偶数 k 成立　　D. $P(k)$对某些偶数可能不成立

二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 2 分，共 12 分）

8.设 $f(x)$是周期为 2 的奇函数，当 $0\le x\le 1$ 时，$f(x)=2x(1-x)$，则 $f\left(-\dfrac{5}{2}\right)=$_______.

9.设 x，$y\in R$，则 $\left(x^2+\dfrac{1}{y^2}\right)\left(\dfrac{1}{x^2}+4y^2\right)$的最小值为_______.



10. 如上图，A，E 是半圆周上的两个三等分点，直径 BC=4，$AD\perp BC$，垂足为 D，BE 与 AD 相交与点 F，则 AF 的长为______.

11.$\dfrac{1-\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}}$表示为 $a+b\mathrm{i}$（$a,b\in R$），则 $a+b$＝______.

12. $2\int_1^{e} x\ln x\,dx$＝______.

13. 已知向量 **a**=（1,2），**b**=（-2,3）,若 k**a**+ **b** 与 **a**-k**b** 垂直，则实数 k 的值等于.

三、计算题（本大题共 2 小题，每小题 5 分，共 10 分）

13. △ABC 的内角 A、B、C 的对边分别为 a、b、c.已知 $A-C=90°$，$a+c=2b$，求∠C.

14. 已知{an}是公差不为零的等差数列，$a_1=1$，且 a_1、a_3、a_9 成等比数列.求数列{a_n}的通项.

四、应用题（9 分）

16. 某批发市场对某种商品的周销售量(单位:吨)进行统计,最近 100 周的统计结果如下表所示:

周销售量	2	3	4
频数	20	50	30

（1）根据上面的统计结果,求周销售量分别为 2 吨、3 吨和 4 吨的频率;

（2）已知该商品每吨的销售利润为 2 千元,ξ 表示该种商品两周销售利润之和(单位:千元),若以上述频率作为概率,且各周的销售量相互独立,求 ξ 的分布列和数学期望.

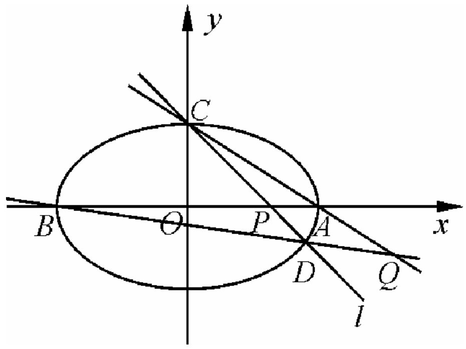
五、证明题（本大题共 2 小题，每小题 9 分，共 18 分）

17. 已知函数 $f(x)=(x+1)\ln x-x+1$.

（1）若 $xf'(x)\le x^2+ax+1$，求 a 的取值范围；

（2）证明：$(x-1)f(x)\ge 0$.

18. 过点 $C(0，1)$的椭圆 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的离心率为 $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，椭圆与 x 轴交于两点 $A(a,0)$、$B(-a,0)$，过点 C 的直线 l 与椭圆交于另一点 D，并与 x 轴交于点 P，直线 AC 与直线 BD 交于点 Q.



（1）当直线 l 过椭圆右焦点时，求线段 CD 的长；

（2）当点 P 异于点 B 时，求证：$\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{OQ}$ 为定值.

参考答案及解析

第一部分　教育理论与实践

一、单项选择题

1.D［解析］　课程是指学校学生所应学习的学科总和及其进程与安排.广义的课程是指学校为实现培养目标而选择的教育内容及其进程的总和，它包括学校所教的各门学科和有目的、有计划的教育活动.狭义的课程是指某一门学科.课程是学校教育的基础.

2.A［解析］　通过长期的教学实践，苏格拉底总结出了一套独特的教学法，人们称之为“苏格拉底方法”.这种方法自始至终采用师生问答的形式，所以又叫“问答法”.

3.D［解析］　我国普通教育学校的教学任务是:引导学生掌握科学文化基础知识和基本技能;发展学生的智力、体力和创造才能;培养学生的社会主义品德和审美情趣，奠定学生的科学世界观基础.学生在课外独立自主进行学习的能力提高不属于我国普通教育学校教学的任务.

4.D［解析］ 教师成长与发展的最高目标是专家型教师.

5.C［解析］ 关注学生阶段是教师成长的第三阶段，而能否自觉地关注学生是衡量一个教师是否成熟的标志.

二、多项选择题

1.ACD［解析］ 课程目标的依据主要有三个方面：对学生的研究；对社会的研究；对学科的研究.对学生的研究，就是要找出教育者期望在学生身上所要达到的预期结果.对社会的研究涉及的内容极为广泛，在课程领域里通常采用的方法是把社会生活划分为若干有意义的方面，再分别对各个方面进行研究.对学科的研究，学校课程毕竟是要传递通过其他社会经验难以获得的知识，而学科是知识最主要的支柱.

2.ABCD［解析］ 影响个体身心发展的因素非常多，但最主要的是遗传、环境、教育和个体的主观能动性等因素.

三、填空题

1. 教材分析　学习需要分析　学习任务分析　学生情况分析

2. 教学设计的技能　语言表达的技能　组织和调控课堂的技能　实践操作的技能

3. 知识与技能　过程性

四、简答题

［参考答案］ 解题方法多样化是指在问题解决过程中鼓励学生独立思考，鼓励学生用自己的方法解决问题，这样在群体中就出现了多样化的解决方法.因此，解题方法多样化的实质就是指学生独立思考，指群体解题方法的多样化，并非学生个体解题方法多样化.

解题方法多样化首先要求学生通过自身的独立思考获得问题解决的方法与策略，可以发展学生的自主学习能力和探究能力，而在其后各自方法的交流中，通过对各自方法的比较、汇总，又促进了学生的合作与交流.因而解题方法多样化有利于学生转变学习方式.

解题方法多样化要以一定的问题为背景展开.问题的入口要比较宽，问题的解决方法要有利于学生的交流，同时问题的呈现要突出过程性.

第二部分　数学专业基础知识

一、单项选择题

1.B［解析］ 在函数 $y=2\sqrt{x}$ （$x\geq0$）中，$y\geq0$ 且反解 x 得 $x=\dfrac{y^2}{4}$，所以 $y=2\sqrt{x}$ （$x\geq0$）的反函数为 $y=\dfrac{x^2}{4}$ （$x\geq0$）.

2.A［解析］ $a>b+1$　$a>b$，$a>b$ 推不出 $a>b+1$，故选 A.

3.C［解析］ 由题 $\dfrac{\pi}{3}=\dfrac{2\pi}{w}\cdot$k（$k\in Z$），解得 $w=6k$，令 $k=1$，即得 $w_{\min}=6$.

4.B［解析］ 由 F 为左焦点得 $a^2=3$，则双曲线方程为 $\dfrac{x^2}{3}-y^2=1$，设 $P(x_0,y_0)$，则 $\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{FP}$ $=(x_0,y_0)\cdot(x_0+2,y_0)=x_0^2+2x_0+y_0^2=x_0^2+2x_0+\dfrac{x_0^2}{3}-1=\dfrac{4}{3}x_0^2+2x_0-1=\dfrac{4}{3}\left(x_0+\dfrac{3}{4}\right)^2-\dfrac{7}{4}$.由 P 在右支得 $x_0\geq\sqrt{3}$，所以 $\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{FP}\geq3+2\sqrt{3}$.

5.A［解析］ 分两种情况：（1）2 门 A，1 门 B 的选法有 $C_3^2C_4^1$=12 种；（2）1 门 A，2 门 B 的选法有 $C_3^1C_4^2$ =3×6＝18（种），∴N＝12+18＝30.

6.B［解析］ 设点 $P(x_0,y_0)$在双曲线的右支，由双曲线的第二定义得｜PF_1｜

$=e\left[x_0-\left(-\frac{a^2}{c}\right)\right]$ $=a+ex_0=1+\sqrt{2}\,x_0$, $|PF_2|=e\left(x_0-\frac{a^2}{c}\right)=ex_0-a=\sqrt{2}\,x_0-1$.

由余弦定理得：$\cos\angle F_1PF_2=\frac{|PF_1|^2+|PF_2|^2-|F_1F_2|^2}{2|PF_1||PF_2|}$，

即 $\cos 60°=\frac{(1+\sqrt{2}x_0)^2+(\sqrt{2}x_0-1)^2-(2\sqrt{2})^2}{2(1+\sqrt{2}x_0)(\sqrt{2}x_0-1)}$.

解得 $x_0^2=\frac{5}{2}$，所以 $y_0^2=x_0^2-1=\frac{3}{2}$，故 P 到 x 轴的距离为 $|y_0|=\frac{\sqrt{6}}{2}$.

7.D［解析］ 数学归纳法中，假设当 $n=k$ 时成立，证明当 $n=k+1$ 时成立，其中 k 不能为一个具体的数字.例如本题题干，这样不能证明命题对所有的自然数 n 都成立，故选 D.

二、填空题

8. −12［解析］ 先利用周期性，再利用奇偶性得:$f\left(-\frac{5}{2}\right)=f\left(-\frac{1}{2}\right)=-f\left(\frac{1}{2}\right)=-\frac{1}{2}$.

9.9［解析］ 由柯西不等式可知$\left(x^2+\frac{1}{y^2}\right)\left(\frac{1}{x^2}+4y^2\right)\geq\left(x\cdot\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\cdot 2y\right)^2=(1+2)^2=9$.

10. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$［解析］ 连接 AO、EO，由题可知，$\angle AOB=\angle EOC=60°$，$OA=OB=2$，得 $OD=BD=1$，$DF=\frac{\sqrt{3}}{3}$，又 $AD^2=BD\cdot CD=3$，所以 $AF=AD-DF=\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

11. -1［解析］ 因为$\frac{1-i}{1+i}=-i$,所以 $a=0,b=-1$，因此 $a+b=-1$.

12. $\frac{1}{2}$（e^2+1）［解析］ $2\int_1^e x\ln x\,dx=\int_1^e \ln x\,dx^2=x^2\ln x\Big|_1^e-\int_1^e x^2\cdot\frac{1}{x}\,dx=e^2-\int_1^e x\,dx=e^2-\frac{1}{2}x^2\Big|_1^e=e^2-\frac{1}{2}e^2+\frac{1}{2}=\frac{1}{2}e^2+\frac{1}{2}=\frac{1}{2}(e^2+1)$.

13. $-1\pm\sqrt{2}$［解析］ $k\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=k(1,2)+(-2,3)=(k-2,2k+3)$，$\boldsymbol{a}-k\boldsymbol{b}=(1,2)-k(-2,3)=(1+2k,2-3k)$，由 $k\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{a}-k\boldsymbol{b}$ 垂直可知$(k-2)(1+2k)+(2k+3)(2-3k)=0$，即 $k^2+2k-1=0$，解得 $k=-1\pm\sqrt{2}$.

三、计算题

13. 解：由 $A-C=90°$，得 A 为钝角且 $\sin A=\cos C$，

利用正弦定理，$a+c=\sqrt{2}\,b$ 可变形为 $\sin A+\sin C=\sqrt{2}\sin B$，

即有 $\sin A+\sin C=\cos C+\sin C=\sqrt{2}\sin(C+45°)=\sqrt{2}\sin B$，

又 A、B、C 是△ABC 的内角，故

$C+45°=B$ 或$(C+45°)+B=180°$(舍去)，

所以 $A+B+C=(90°+C)+(C+45°)+C=180°$.

所以∠$C=15°$.

14. 解：由 $a_1=1$,a_1、a_3、a_9 成等比数列得：$\dfrac{1+2d}{1}=\dfrac{1+8d}{1+2d}$,

解得 $d=1$ 或 $d=0$，由题设知公差 $d\neq0$,∴$d=1$.

故 $\{a_n\}$的通项 $a_n=1+(n-1)\times1=n$.

四、应用题

16. 解：（1）周销售量为 2 吨、3 吨和 4 吨的频率分别为 0.2，0.5 和 0.3.

（2）ξ 的可能值为 8、10、12、14、16，且

$P(\xi=8)=0.2^2=0.04$，

$P(\xi=10)=2\times0.2\times0.5=0.2$，

$P(\xi=12)=0.5^2+2\times0.2\times0.3=0.37$，

$P(\xi=14)=2\times0.5\times0.3=0.3$，

$P(\xi=16)=0.32=0.09$.

ξ 的分布列为

ξ	8	10	12	14	16
P	0.04	0.2	0.37	0.3	0.09

$E\xi=8\times0.04+10\times0.2+12\times0.37+14\times0.3+16\times0.09=12.4$（千元）.

五、证明题

17. （1）解：$f'(x)=\dfrac{x+1}{x}+\ln x-1=\ln x+\dfrac{1}{x}$,

$xf'(x)=x\ln x+1$,

题设 $xf'(x)\leq x^2+ax+1$ 等价于 $\ln x-x\leq a$.

令 $g(x)=\ln x-x$，则 $g'(x)=\dfrac{1}{x}-1$.

当 $0<x<1$ 时，$g'(x)>0$；当 $x\geq1$ 时，$g'(x)\leq0$，$x=1$ 是 $g(x)$的最大值点，$g(x)\leq g(1)=-1$.

综上，a 的取值范围是 $[-1，+\infty)$.

（2）证明：由（1）知，$g(x)\leq g(1)=-1$，即 $\ln x-x+1\leq0$.

当 $0<x<1$ 时，$f(x)=(x+1)\ln x-x+1=x\ln x+(\ln x-x+1)\leq 0$；

当 $x\geq 1$ 时，$f(x)=\ln x+(x\ln x-x+1)=\ln x+x\left(\ln x+\frac{1}{x}-1\right)=\ln x+x\left(\ln\frac{1}{x}+\frac{1}{x}+1\right)\geq 0$.

所以 $(x-1)f(x)\geq 0$.

18. （1）解：由已知得 $b=1$，$\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，解得 $a=2$，所以椭圆方程为 $\frac{x^2}{4}+y^2=1$.

椭圆的右焦点为（$\sqrt{3}$,0），此时直线 l 的方程为 $y=-\frac{\sqrt{3}}{3}x+1$，代入椭圆方程得 $7x^2-8\sqrt{3}x=0$，

解得 $x_1=0,x_2=\frac{8\sqrt{3}}{7}$，代入直线 l 的方程得 $y_1=1$，$y_2=-\frac{1}{7}$.所以，$D\left(\frac{8\sqrt{3}}{7},\frac{1}{7}\right)$，

故 $|CD|=\sqrt{\left(\frac{8\sqrt{3}}{7}-0\right)^2+\left(-\frac{1}{7}-1\right)^2}=\frac{16}{7}$.

（2）证明：当直线 l 与 x 轴垂直时与题意不符.

设直线 l 的方程为 $y=kx+1$（$k\neq 0$ 且 $k\neq\frac{1}{2}$）.代入椭圆方程得（$4k^2+1$）$x^2+8kx=0$.

解得 $x_1=0,x_2=\frac{-8k}{4k^2+1}$，代入直线 l 的方程得 $y_1=1,y_2=\frac{1-4k^2}{4k^2+1}$，

∴D 点的坐标为 $\left(\frac{-8k}{4k^2+1},\frac{1-4k^2}{4k^2+1}\right)$.

又∵直线 AC 的方程为 $\frac{x}{2}+y=1$，直线 BD 的方程为 $y=\frac{1+2k}{2-4k}$（$x+2$），联立得 $\begin{cases}x=-4k,\\ y=2k+1.\end{cases}$.

因此 Q（$-4k,2k+1$），又∵$P\left(-\frac{1}{k},0\right)$.

所以 $\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{OQ}=\left(-\frac{1}{k},0\right)$（$-4k,2k+1$）=4.

故 $\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{OQ}$ 为定值.